Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2015/16

Meccanica

Prova scritta – 14/04/2016

Problema 1

Un giocatore di pallavolo colpisce la palla ad un'altezza $h = 3\ m$ dal suolo, imprimendole una velocita' iniziale orizzontale v_0 . L'altezza della rete e' $h' = 2.43\ m$, e la lunghezza della meta' campo avversaria e' $l' = 9\ m$. Se il giocatore si trova ad una distanza $l = 3\ m$ dalla rete, e considerando la palla puntiforme, trovare:

a) Il minimo valore di v_0 che consente alla palla di superare la rete
b) Il massimo valore di v_0 che consente alla palla di toccare terra nella meta' campo avversaria

Se il giocatore si trova ad un a generica distanza l dalla rete, e colpisce la palla secondo le modalita' sopra indicate, calcolare:

c) Il massimo valore di l che garantisce il superamento della rete e la caduta nella meta' campo avversaria

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0} \quad y(x) = h - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2$$

$$\rightarrow y(x_1 = 3m) = h - \frac{1}{2} g \left(\frac{x_1}{v_0} \right)^2 > h' \rightarrow -\frac{1}{2} g \left(\frac{x_1}{v_0} \right)^2 > h' - h$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} g \left(\frac{x_1}{v_0} \right)^2 < h - h' \rightarrow g x_1^2 < 2(h - h') v_0^2$$

$$\rightarrow v_0 > x_1 \sqrt{\frac{g}{2(h-h')}} \approx 8.79 ms^{-1}$$

$$y(x_2) = h - \frac{1}{2} g \left(\frac{x_2}{v_0} \right)^2 = 0 \rightarrow h - \frac{1}{2} g \left(\frac{x_2}{v_0} \right)^2 = 0 \rightarrow x_2 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\rightarrow x_2 < l + l' \rightarrow v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} < l + l' \rightarrow v_0 < \sqrt{\frac{g}{2h}} (l + l') \approx 15.3 ms^{-1}$$

$$v_0 > x_1 \sqrt{\frac{g}{2(h-h')}}$$

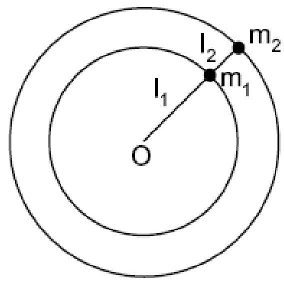
$$v_0 < \sqrt{\frac{g}{2h}} (x_1 + l')$$

$$x_1 \sqrt{\frac{g}{2(h-h')}} = \sqrt{\frac{g}{2h}} (x_1 + l') \rightarrow x_1 \ \ \max$$

$$\rightarrow x_1 \left[\sqrt{\frac{g}{2(h-h')}} - \sqrt{\frac{g}{2h}} \right] = \sqrt{\frac{g}{2h}} l' \rightarrow x_1 \approx 7 \ m$$

Problema 2

Una massa puntiforme m_1 e' attaccata a un estremo di una corda avente lunghezza l_1, il cui altro estremo e' fissato in un punto *O* su di un piano orizzontale privo di attrito: la massa si muove di moto circolare uniforme su tale piano. Una seconda massa puntiforme m_2 e' attaccata radialmente alla prima tramite una corda di lunghezza l_2 e si muove anch'essa di moto circolare uniforme con la stessa velocita' angolare di m_1; entrambe le corde sono inestensibili e prive di massa.



Noto il periodo *T* del moto, trovare:

a) La tensione T_1 e T_2 in ciascuna delle due corde.
b) Il momento angolare totale del sistema rispetto al punto *O*

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \; T \; \text{ periodo}$$

Tensioni:

$$T_1 - T_2 = m_1 a_1, \quad a_1 = \omega^2 l_1$$

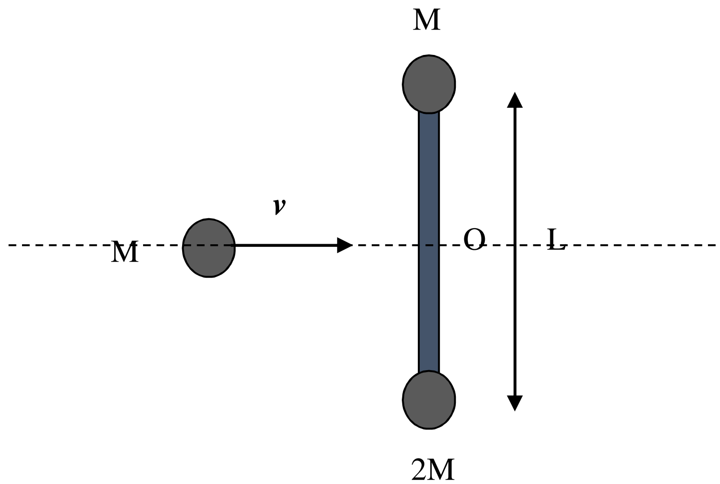
$$T_2 = m_2 a_2, \quad a_2 = \omega^2 (l_1 + l_2)$$

$$\rightarrow T_2 = m_2 \omega^2 (l_1 + l_2) \rightarrow T_1 = \omega^2 \left[m_2 (l_1 + l_2) + m_1 l_1 \right]$$

$$L = (I_1 + I_2)\omega = \left[m_1 l_1^2 + m_2 (l_1 + l_2)^2 \right] \omega$$

Problema 3

Due sferette di dimensioni trascurabili e di masse $M = 0.1\ kg$ e $2M$, rispettivamente sono fissate agli estremi di una sbarretta rigida di massa trascurabile e lunghezza $L = 0.2\ m$, posta su un piano orizzontale privo di attrito e inizialmente in quiete. Una terza sferetta di massa M e raggio trascurabile viene lanciata con velocita' $v = 3\ ms^{-1}$ perpendicolarmente alla sbarretta in corrispondenza al suo centro geometrico O; l'urto e' completamente anelastico.



Determinare:

a) Posizione del centro di massa del sistema dopo l'urto, e momento d'inerzia del sistema rispetto ad un asse verticale passante per il centro di massa
b) Velocita' del centro di massa del sistema dopo l'urto
c) Velocita' angolare di rotazione del sistema attorno al centro di massa dopo l'urto
d) Energia meccanica dissipata nell'urto

$$y_{CM} = \frac{M\frac{l}{2} - 2M\frac{l}{2}}{M + M + 2M} = -\frac{l}{8}$$

$$I = M\left(\frac{l}{8}\right)^2 + M\left(\frac{l}{2} + \frac{l}{8}\right)^2 + 2M\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{8}\right)^2$$

$$I = M\frac{l^2}{64} + M\frac{25l^2}{64} + 2M\frac{9l^2}{64}$$

$$I = M\frac{44l^2}{64} = \frac{11}{16}Ml^2$$

$$Mv_i = 4Mv_{CM} \rightarrow v_{CM} = \frac{v_i}{4} = 0.75\ ms^{-1}$$

$$Mv_i\frac{l}{8} = I\omega = \frac{11}{16}Ml^2\omega \rightarrow \omega = \frac{2v_i}{11l} \approx 2.73\ rads^{-1}$$

$$\frac{1}{2}Mv_i^2 = \frac{1}{2}M_{tot}v_{CM}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + E_d = \frac{1}{2}4Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}\frac{11}{16}Ml^2\omega^2 + E_d$$

$$\rightarrow E_d = \frac{1}{2}M\left[v_i^2 - 4v_{CM}^2 - \frac{11}{16}l^2\omega^2\right] \approx 0.33\ J$$