Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2014/15

Meccanica

Prova scritta – 15/09/2015

Problema 1

Un punto materiale si muove su una traiettoria piana con accelerazione tangenziale costante. Dopo un tratto di lunghezza $d = 300\ m$ lungo la traiettoria, percorso nel tempo $t_1 = 10\ s$, il modulo dell'accelerazione vale $a_1 = 15\ ms^{-2}$. Sapendo che e' partito da fermo a $t=0$, calcolare i valori all'istante t_1 di:

1. Accelerazione tangenziale e modulo della velocita'
2. Raggio di curvatura della traiettoria
3. Angolo fra il vettore accelerazione e il vettore velocita'

$$v = a_t t, d = \frac{1}{2} a_t t^2 = \frac{1}{2} vt$$

$$\rightarrow v = \frac{2d}{t} = 60 ms^{-1}$$

$$\rightarrow a_t = \frac{v}{t} = \frac{2d}{t^2} = 6 ms^{-2}$$

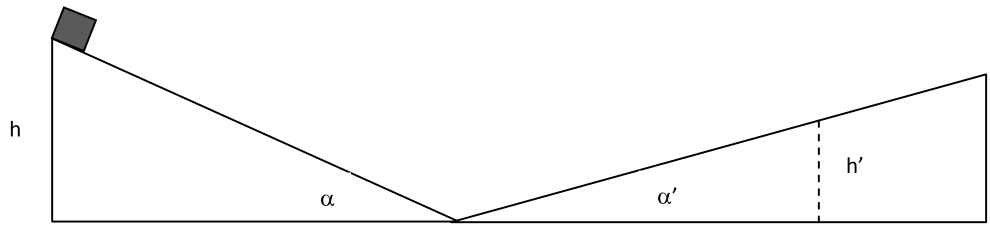
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{a^2 - \frac{4d^2}{t^4}}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{v^2}{a_n} = \frac{\frac{4d^2}{t^2}}{\sqrt{a^2 - \frac{4d^2}{t^4}}} = \frac{\frac{4d^2}{t^2}}{\sqrt{\frac{a^2 t^4 - 4d^2}{t^4}}} = \frac{4d^2}{\sqrt{a^2 t^4 - 4d^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{a^2 t^4}{4d^2} - 1}} \approx 262 m$$

$$a_t = a \cos\theta \rightarrow \cos\theta = \frac{a_t}{a} \rightarrow \theta \approx 66^0$$

Problema 2

Due piani inclinati scabri, inclinati rispetto all'orizzontale di un angolo pari rispettivamente a α e α', hanno coefficiente di attrito dinamico μ_d e sono disposti come in figura.



Assumendo che l'inclinazione del primo piano sia sufficiente a far si' che un blocco posto ad altezza h inizi a scivolare, calcolare:

1. La velocita' v del blocco al termine del primo piano inclinato
2. L'altezza h' a cui il blocco si arresta nella risalita del secondo piano inclinato

$$\Delta E = mgh - \frac{1}{2}mv^2 = L_{f.attr.}$$

$$L_{f.attr.} = \mu_d Ns$$

$$N = mg\cos\alpha, \quad s = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$\rightarrow L_{f.attr.} = \mu_d Ns = \mu_d mg\cos\alpha\frac{h}{\sin\alpha} = \mu_d mgh\cot\alpha$$

$$\rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv^2 = \mu_d mgh\cot\alpha$$

$$\rightarrow v^2 = 2gh(1-\mu_d\cot\alpha) \rightarrow v = \sqrt{2gh(1-\mu_d\cot\alpha)}$$

NB: Per ipotesi il blocco scivola $\rightarrow \tan\alpha > \mu_s > \mu_d$

$\rightarrow \dfrac{\mu_d}{\tan\alpha} = \mu_d\cot\alpha < 1 \rightarrow$ Argomento della radice > 0

$$\Delta E_{tot} = L^{tot}_{f.attr.} = \mu_d(Ns + N's')$$

$$\Delta E_{tot} = mgh - mgh'$$

$$N = mg\cos\alpha, N' = mg\cos\alpha', s = \frac{h}{\sin\alpha}, s' = \frac{h'}{\sin\alpha'}$$

$$\rightarrow \Delta E_{tot} = \mu_d\left(mg\cos\alpha\frac{h}{\sin\alpha} + mg\cos\alpha'\frac{h'}{\sin\alpha'}\right) = \mu_d mg\left(\frac{h}{\tan\alpha} + \frac{h'}{\tan\alpha'}\right)$$

$$\rightarrow h - h' = \mu_d\left(\frac{h}{\tan\alpha} + \frac{h'}{\tan\alpha'}\right) \rightarrow h' = h\frac{1-\mu_d\cot\alpha}{1+\mu_d\cot\alpha'}$$

Problema 3
Un carrello *A* di lunghezza $L = 1\ m$ e massa $M = 1\ kg$, inizialmente fermo, puo' muoversi senza attrito su un pavimento orizzontale. Su di esso viene lanciato un blocco *B* di massa $m = 5\ kg$ con velocita' iniziale $v_0 = 4\ ms^{-1}$. Fra blocco e carrello c'e' attrito dinamico con coefficiente $\mu_d = 0.2$

. Dopo un certo tempo *A* e *B* hanno la stessa velocita'. Calcolare:

1. La velocita' finale, comune ad *A* e *B*
2. L'energia dissipata
3. Il tratto percorso da *B* su *A*

$$mv_0 = (m+M)v$$
$$\rightarrow v = v_0 \frac{m}{m+M} \approx 3.3\ ms^{-1}$$
$$\Delta E = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(m+M)v^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_0^2\left(\frac{m}{m+M}\right)^2$$
$$\rightarrow \Delta E = \frac{1}{2}mv_0^2\left(1-\frac{m}{m+M}\right) = \frac{1}{2}mv_0^2\frac{M}{m+M} \approx 6.7 J$$
$$\Delta E = L_{f.attr.} = \mu_d N s = \mu_d m g s$$
$$\rightarrow s = \frac{1}{2}mv_0^2\frac{M}{m+M}\frac{1}{\mu_d m g} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{\mu_d g}\frac{M}{m+M} \approx 0.68\ m$$