Corso di Laurea in Fisica

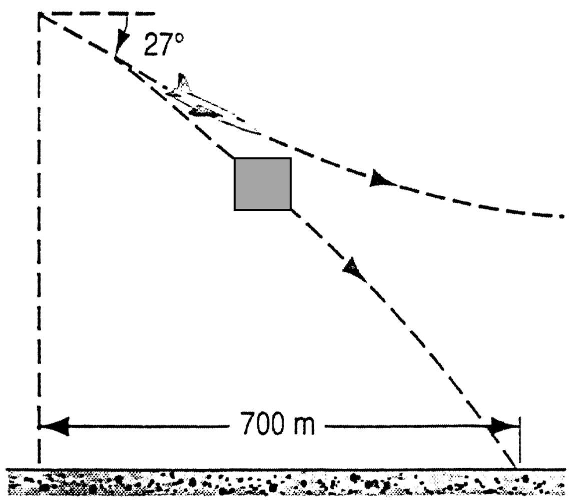
A.A. 2012/13

Meccanica

Prova scritta – 17/09/2013

Problema 1

Un aereo, volando a *290* kmh^{-1} con un angolo di 27^0 verso il basso rispetto all'orizzontale, sgancia una cassa di rifornimenti, come mostrato nella figura, il cui paracadute non si apre.



La distanza orizzontale fra il punto di sgancio e quello di atterraggio della cassa e' di *700 m*; la resistenza dell'aria e' considerata trascurabile.

1. Per quanto tempo e' rimasta in volo la cassa?
2. A quale quota sopra l'orizzontale e' avvenuto lo sgancio?

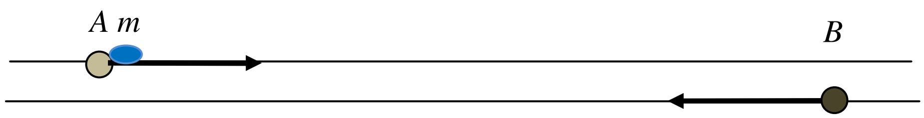
$$v_x = v\cos\alpha$$

$$\rightarrow t = \frac{L}{v_x} = \frac{L}{v\cos\alpha} \simeq \frac{700}{80,56 \quad 0,891} = 9,75 \quad s$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_y t = \frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v\cos\alpha}\right)^2 + L\tan\alpha \simeq 466 + 356 = 822 \ m$$

Problema 2

Due pattinatori A e B di ugual massa M si muovono l'uno verso l'altro su una superficie priva di attrito, con velocita' iniziali $v_A = v_B = v_0$ lungo due traiettorie rettilinee e parallele, giacenti a distanza trascurabile; A tiene in mano un pallone di massa m.



1. In una prima versione del gioco, nell'istante di minima distanza A passa il pallone a B, senza lanciarlo. Determinare le velocita' finali di A e B
2. In una ripetizione del gioco, A lancia invece il pallone verso B lungo la traiettoria; la velocita' di A dopo il lancio e' nulla. Calcolare la velocita' finale di B.
3. In generale, si assuma che A lanci il pallone verso B lungo la traiettoria, con velocita' orizzontale V relativa a se stesso: quali sono le velocita' finali di A e B? [Si osservi che la velocita' del pallone dopo il lancio relativa al terreno si ottiene componendo V con la velocita' *finale* di A]

Verificare che le risposte alle domande 1. e 2. si ottengono come casi particolari

$$(m+M)v_0+M(-v_0)=Mv_0+(M+m)v_0'$$
$$mv_0=M(v_0+v_0')+mv_0'$$
$$\rightarrow(M+m)v_0'=(m-M)v_0$$
$$\rightarrow v_0'=\frac{m-M}{m+M}v_0$$

$$(M+m)v_0=mV$$
$$\rightarrow V=\frac{M+m}{m}v_0$$
$$mV+M(-v_0)=(m+M)v_0'$$
$$\rightarrow m\frac{M+m}{m}v_0-Mv_0=(m+M)v_0'$$
$$\rightarrow mv_0=(m+M)v_0'$$
$$\rightarrow v_0'=\frac{m}{m+M}v_0$$

$$(M+m)v_0=Mv_0'+m(V+v_0')$$
$$\rightarrow(M+m)v_0-mV=(m+M)v_0'$$
$$\rightarrow v_0'=\frac{(M+m)v_0-mV}{m+M}=v_0-\frac{m}{m+M}V$$
$$m(v_0'+V)+M(-v_0)=(M+m)v_0''$$
$$\rightarrow v_0''=\frac{m}{M+m}(v_0'+V)-\frac{M}{M+m}v_0=\frac{m}{M+m}\left(v_0+\frac{M}{m+M}V\right)-\frac{M}{M+m}v_0$$
$$\rightarrow v_0''=\frac{m-M}{M+m}v_0+\frac{mM}{(M+m)^2}V$$

Problema 3

Un'auto di massa totale (ruote incluse) *M = 2000 kg*, le cui ruote hanno ciascuna massa *m = 20 kg* e raggio *R = 0.2 m*, si trova in fase di accelerazione su una strada orizzontale, durante la quale il motore fornisce un momento meccanico *T = 500 Nm* su ogni ruota. Le ruote possono essere assimilate a cilindri omogenei

1. Assumendo che il peso dell'auto sia equiripartito sulle quattro ruote, determinare il coefficiente di attrito statico minimo fra ruota e asfalto che garantisce che l'auto non slitti
2. Successivamente l'auto viaggia a $v = 100\ kmh^{-1}$ prima di una frenata che la porta ad arrestarsi; quanta energia viene dissipata nella frenata stessa?

$$4f_s = Ma \rightarrow f_s = \frac{Ma}{4}$$

$$\tau - f_s R = I\alpha$$

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$

$$a = \alpha R \quad \text{Rotolamento}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}mR^2\frac{a}{R} = \tau - f_s R \rightarrow \frac{1}{2}ma = \frac{\tau}{R} - f_s \rightarrow f_s = \frac{\tau}{R} - \frac{1}{2}ma$$

$$\rightarrow \frac{Ma}{4} = \frac{\tau}{R} - \frac{1}{2}ma \rightarrow a = \frac{4\tau}{(M+2m)R} \simeq 4.9ms^{-2}$$

$$\rightarrow f_s = \frac{\tau}{R} - \frac{1}{2}ma = \frac{M\tau}{(M+2m)R} < \frac{M}{4}g\mu_s$$

$$\rightarrow \mu_s > \frac{4\tau}{(M+2m)gR} \simeq 0.5$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 + 4\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + 4\frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\frac{v^2}{R^2} = \frac{1}{2}(M+2m)v^2 = \Delta E \simeq 787kJ$$