Corso di Laurea in Fisica

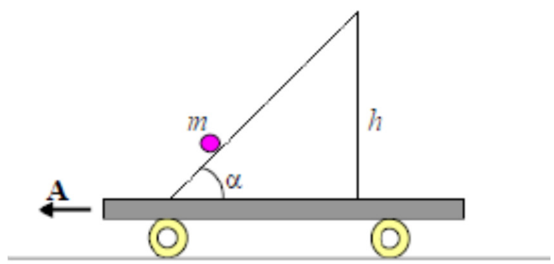
A.A. 2015/16

Meccanica

Prova scritta – 20/09/2016

Problema 1

Un piano inclinato, di altezza $h = 2\ m$ e inclinazione $\alpha = \pi/4$ rispetto all'orizzontale, e' fissato a un carrello, in moto con accelerazione costante $A = 2\ ms^{-2}$ su un pavimento orizzontale. Un blocco di massa $m = 10\ kg$, inizialmente fermo rispetto al carrello nel punto piu' alto della discesa, inizia a scivolare senza attrito sul piano inclinato.



Determinare:

a) La reazione vincolare ***R*** esercitata dal piano inclinato
b) Il tempo impiegato ad arrivare in fondo alla discesa

Nel riferimento del carrello:

$\mathbf{F}_{app} = -m\mathbf{A}$

$\rightarrow \mathbf{F}_{tot} = m(\mathbf{g} - \mathbf{A})$

Proiez. $\perp$ al piano inclinato:

$$F_\perp = \mathbf{F}_{tot} \cdot \hat{\mathbf{n}} = m(g\cos\alpha + A\sin\alpha) \simeq 10\left(9.81 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \simeq 7.07\ 11.8 \simeq 83.4\ N$$

$R = -83.4$ N $\perp$ al piano inclinato

$\mathbf{F}_\parallel = \mathbf{F}_{tot} - \mathbf{F}_{tot} \cdot \hat{\mathbf{n}}$

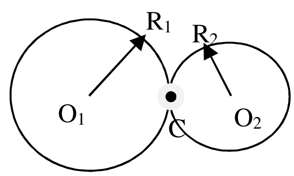
$\rightarrow F_\parallel = m(g\sin\alpha - A\cos\alpha)$

$$\rightarrow a = \frac{F_\parallel}{m} = g\sin\alpha - A\cos\alpha$$

$$\rightarrow s = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{\sin\alpha(g\sin\alpha - A\cos\alpha)}} \simeq \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{\frac{1}{2}(9.81 - 2)}} \simeq \sqrt{\frac{8}{7.81}} \simeq 1.01\ s$$

Problema 2

Due ruote di raggio $R_1 = 10\ cm$ e $R_2 = 6\ cm$ ruotano senza attrito intorno ai loro assi passanti rispettivamente per O_1 e O_2 (vedi figura).



Nel punto di contatto C si muovono solidamente e senza strisciare.
Inizialmente la ruota di raggio R_1, partendo da ferma, viene posta in moto con accelerazione costante $\alpha_1 = 2\ rad/s^2$.

a) Si calcoli la velocità angolare ω_2 della seconda ruota dopo il tempo $t' = 2\ s$.

Quindi, dopo il tempo $t' = 2\ s$, le due ruote ruotano a velocità costante.

b) Calcolare il tempo necessario affinchè la ruota di raggio R_2 percorra in totale 22 giri.

$$a_1 = a_2$$

$$\rightarrow \alpha_1 R_1 = \alpha_2 R_2 \rightarrow \alpha_2 = \alpha_1 \frac{R_1}{R_2}$$

$$\rightarrow \omega_2 = \alpha_1 \frac{R_1}{R_2} t' \simeq 2 \frac{10}{6} 2 \simeq 6.67\ rads^{-1}$$

$$T = t' + T'$$

$t' = 2\ s =$ t. necessario a raggiungere la vel. angolare ω_2

Angolo totale percorso dalla ruota 2 nel tempo t':

$T' = \dfrac{2\pi N'}{\omega_2}$ $\quad N'$ n. giri da percorrere a vel. ang. costante per arrivare a 22

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\alpha_2 t'^2 \simeq \frac{1}{2}\alpha_1 \frac{R_1}{R_2} t'^2 \simeq \frac{1}{2} 2 \frac{10}{6} 4 = \frac{80}{12} \simeq 6.67\ rad \simeq 1.06\ giri$$

$$\rightarrow N' = 22 - 1.06 \simeq 20.9\ giri$$

$$\rightarrow T' = \frac{20.9 \cdot 2\pi}{6.67} \simeq 19.7\ s$$

$$\rightarrow T = t' + T' = 2 + 19.7 \simeq 21.7\ s$$

Problema 3

Una piattaforma circolare di raggio $R = 3\ m$ e di massa M ruota uniformemente in un piano orizzontale attorno ad un asse verticale passante per il suo centro O e compie un giro nel tempo $t = 6.28\ s$. Un uomo di massa $m = M/8$ partendo da O raggiunge l'orlo della piattaforma muovendosi radialmente, quindi cammina in senso contrario a quello di rotazione lungo l'orlo della piattaforma, il tutto con velocità costante $v = 1\ m/s$ relativa alla piattaforma. Calcolare:

a) La velocità angolare ω_1 del sistema quando l'uomo ha raggiunto il bordo della piattaforma;
b) La velocità angolare ω_2 del sistema quando l'uomo cammina lungo il bordo

$$L_0 = L_1$$
$$L_0 = I\omega_0$$
$$L_1 = I\omega_1 + m\omega_1 R^2$$
$$\rightarrow I\omega_0 = I\omega_1 + m\omega_1 R^2$$
$$\rightarrow \omega_1 = \omega_0 \frac{I}{I + mR^2}$$
$$I = \frac{1}{2}MR^2, m = \frac{M}{8}$$
$$\rightarrow \omega_1 = \omega_0 \frac{I}{I + mR^2} = \omega_0 \frac{\frac{1}{2}MR^2}{\frac{1}{2}MR^2 + \frac{M}{8}R^2} = \omega_0 \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}\omega_0 = 0.8\ rads^{-1}$$
$$L_2 = L_1$$
$$L_1 = I_0\omega_1 + m\omega_1 R^2$$
$$L_2 = I_0\omega_2 + m\omega_2 R^2 - mvR$$
$$\rightarrow I_0\omega_1 + m\omega_1 R^2 = I_0\omega_2 + m\omega_2 R^2 - mvR$$
$$\rightarrow \omega_2 = \omega_1 + \frac{mvR}{I_0 + mR^2} = \omega_1 + \frac{\frac{M}{8}vR}{\frac{1}{2}MR^2 + \frac{M}{8}R^2} = \omega_1 + \frac{1}{5}\frac{v}{R} \simeq 0.867\ \ rads^{-1}$$