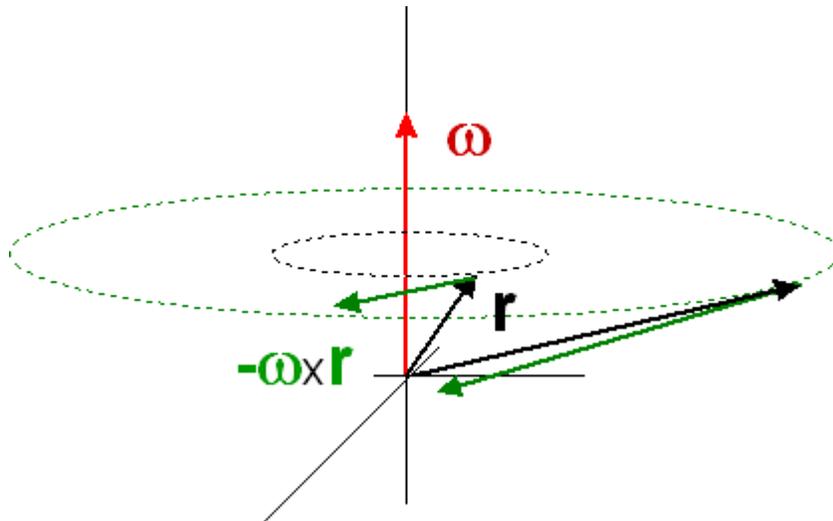


Esempio

Asse di rotazione parallelo a uno degli assi coordinati, p es z



Trasformazione della velocità:

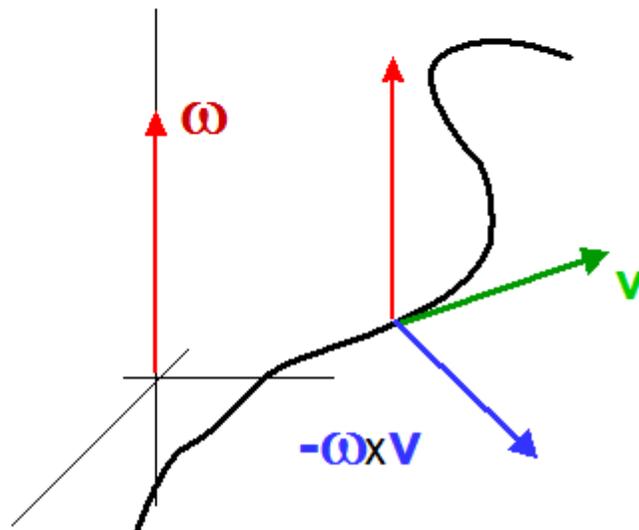
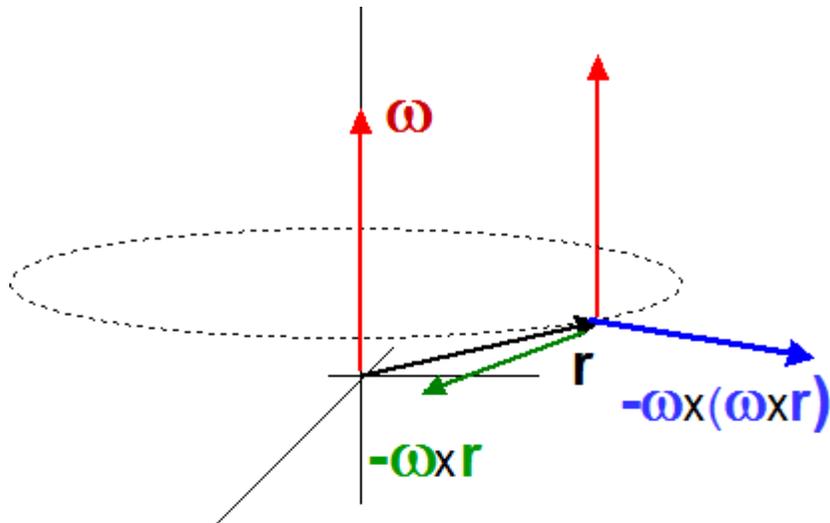
$$\mathbf{V}' = \mathbf{V} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

Termine aggiuntivo: significato equivalente a quello di vel. relativa (← a differenza del caso della traslazione rettilinea, non e' lo stesso per tutti i punti dello spazio..)

Trasformazione dell'accelerazione

$$a' = a - 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}') - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

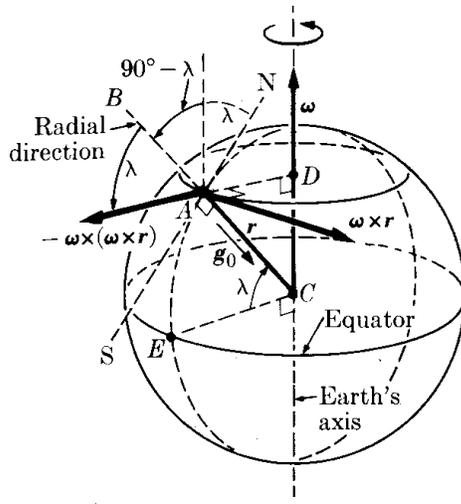
Termini centrifugo e di Coriolis



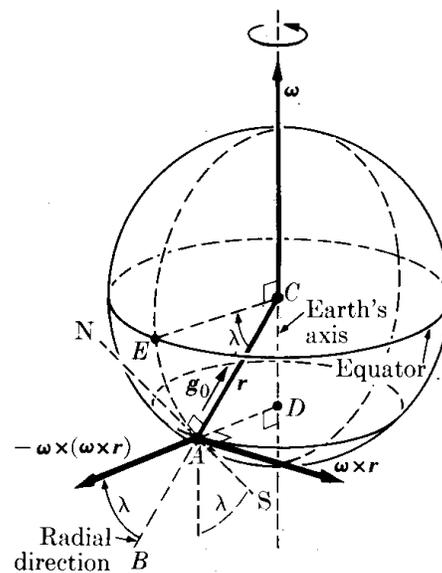
Moto relativo alla Terra

Rilevante per correzioni a previsioni delle leggi dinamiche valide in SRI (e per mettere in evidenza la rotazione della Terra..)

$$\omega = \frac{2\pi}{24h} \simeq 7.292 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1} \text{ vel. angolare rotazione}$$



(a) Northern hemisphere



(b) Southern hemisphere

→SR solide alla Terra non inerziale

Effetti della forza centrifuga

Trascurando acc. di Coriolis (v piccole),

acc. totale di un corpo in caduta, relativa alla Terra:

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_0 - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

\mathbf{g} acc. di gravita' efficace

\mathbf{g}_0 acc. di gravita' per Terra 'ferma'

Direzione di \mathbf{g}_0 : per Terra sferica \rightarrow radiale

(Terra non esattamente sferica: schiacciamento polare/rigonfiamento equatoriale, conseguenza della rotazione)

Direzione di \mathbf{g} : verticale (\leftarrow linea del filo a piombo, ortogonale a sup. libera dei liquidi)

Divergenza fra \mathbf{g}_0 e \mathbf{g} piccola

In termini della latitudine λ :

$$|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}| = \omega r \sin\left(\frac{\pi}{2} - \lambda\right) = \omega r \cos \lambda$$

Direzione di $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$: quella del parallelo

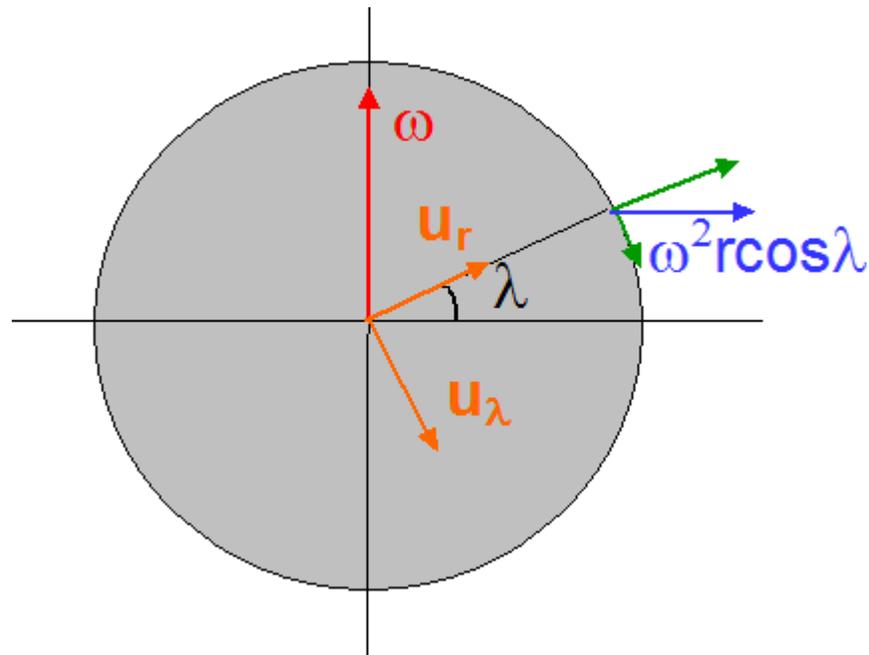
$$\rightarrow |\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})| = \omega^2 r \cos \lambda = 3.34 \cdot 10^{-2} \cos \lambda \text{ ms}^{-2}$$

$$\rightarrow \frac{|\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})|}{g} \leq \frac{3.34 \cdot 10^{-2}}{9.81} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ equatore}$$

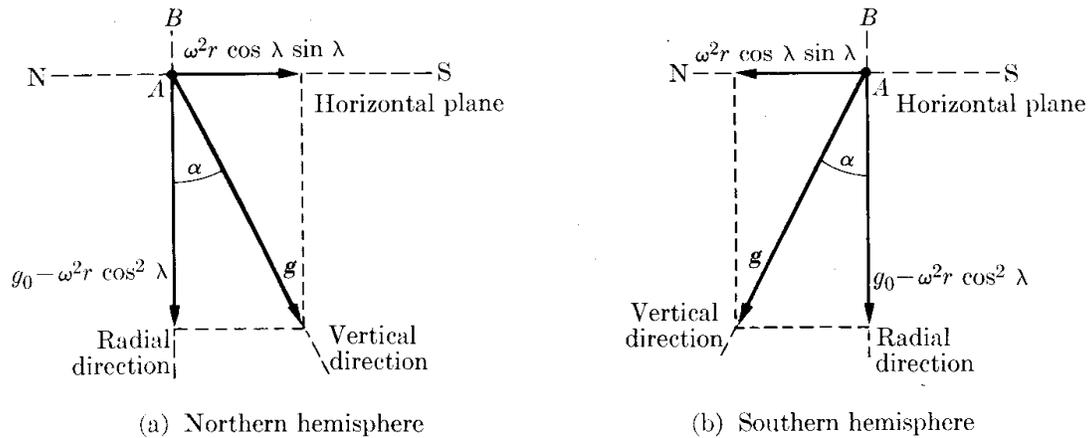
Componenti radiale e tangenziale (\leftarrow meridiano):

$$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{r}} = \omega^2 r \cos^2 \lambda$$

$$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \cdot \hat{\boldsymbol{\lambda}} = \omega^2 r \cos \lambda \sin \lambda$$



Effetto sull'accelerazione di gravita' osservata sulla Terra:



$$\tan \alpha = \frac{\omega^2 r \cos \lambda \sin \lambda}{g_0 - \omega^2 r \cos^2 \lambda} \approx \frac{\omega^2 r \cos \lambda \sin \lambda}{g_0} = \frac{\omega^2 r \sin 2\lambda}{2g_0}$$

$$\tan \alpha \Big|_{\max} = \frac{\omega^2 r}{2g_0} \sim \frac{53.310^{-10} 6.3510^6}{19.6} \approx 1.72 \cdot 10^{-3} \approx \alpha \ll 1$$

$$\rightarrow g \simeq g_0 - \omega^2 r \cos \lambda$$

TABLE 6-1 Values of the Acceleration of Gravity, Expressed in m s^{-2}

Location	Latitude	Gravity
North pole	90° 0'	9.8321
Anchorage	61° 10'	9.8218
Greenwich	51° 29'	9.8119
Paris	48° 50'	9.8094
Washington	38° 53'	9.8011
Key West	24° 34'	9.7897
Panama	8° 55'	9.7822
Equator	0° 0'	9.7799

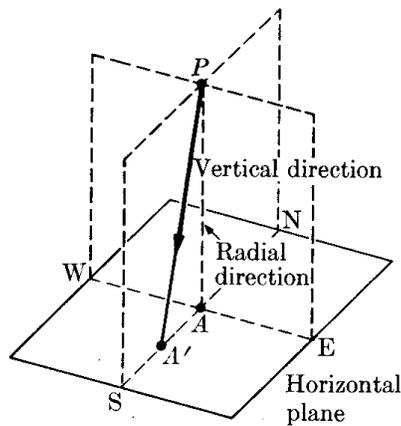
Deviazione della direzione di caduta dalla direzione radiale dovuta alla forza centrifuga

$$h \simeq \frac{1}{2} g_0 t^2 \rightarrow \frac{1}{2} t^2 \simeq \frac{h}{g_0}$$

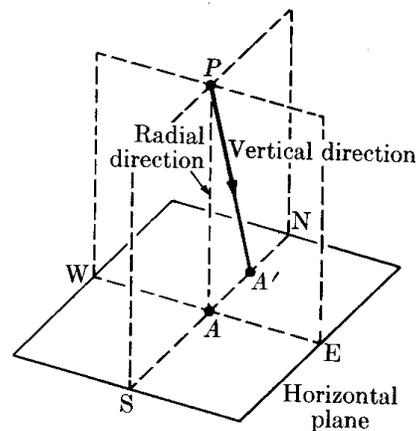
$$y(t) \simeq \frac{1}{2} \omega^2 r \cos \lambda \sin \lambda t^2 \quad \text{nel piano del meridiano}$$

$$\rightarrow y(h) \simeq \frac{\omega^2 r \sin 2\lambda}{2g_0} h \leq 1.72 \cdot 10^{-3} h \quad m$$

Deflessione verso S nell'emisfero N, e viceversa



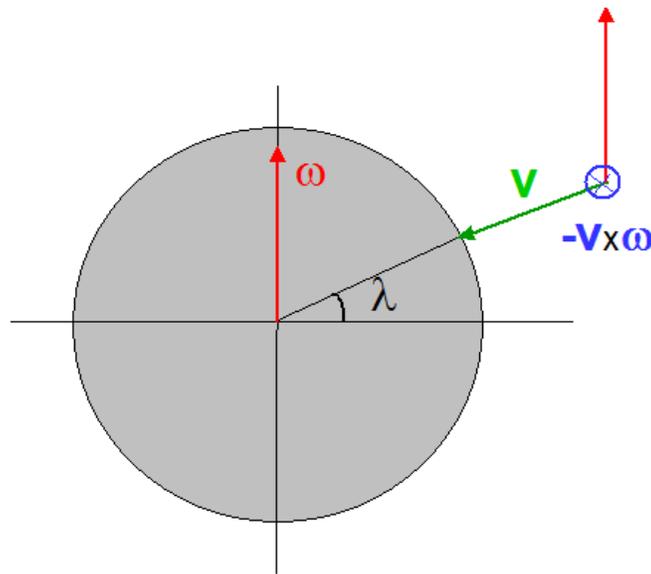
(a) Northern hemisphere



(b) Southern hemisphere

Effetti della forza di Coriolis

Effetto sulla caduta verticale dei gravi (o anche sul lancio verticali di proiettili, missili, etc)



F. di Coriolis: forza *orizzontale* (v. figura)

Deviazione orizzontale del punto di caduta dalla proiezione radiale: verso E sia nell'emisfero N, sia in quello S

$$\mathbf{a}_{Cor} = -2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}'$$

$$|2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}'| = 2\omega V' \left| \sin \left(\frac{\pi}{2} + \lambda \right) \right| = 2\omega V' \cos \lambda$$

$$\rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = 2\omega V' \cos \lambda$$

$$V' \simeq gt$$

$$\rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = 2\omega gt \cos \lambda$$

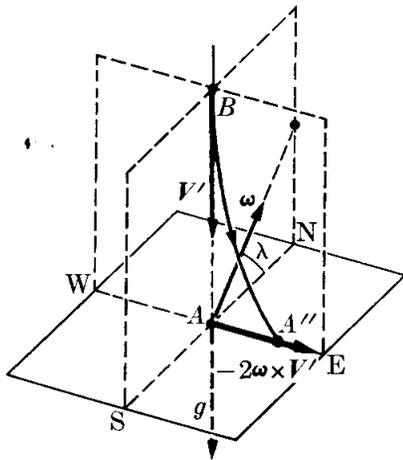
$$\rightarrow \frac{dx}{dt} = \omega gt^2 \cos \lambda$$

$$\rightarrow x(t) = \frac{1}{3} \omega gt^3 \cos \lambda$$

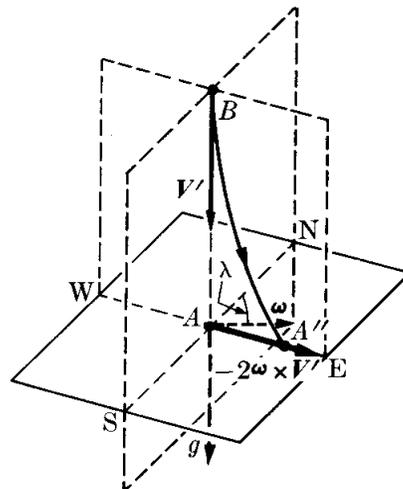
$$h \simeq \frac{1}{2} gt^2 \rightarrow t \simeq \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\rightarrow x(h) = \frac{1}{3} \omega g \cos \lambda \left(\frac{2h}{g} \right)^{3/2} = \frac{1}{3} \omega \cos \lambda \left(\frac{8h^3}{g} \right)^{1/2}$$

$$\rightarrow x(h) \approx 1.53 \cdot 10^{-5} \cos \lambda h^{3/2} \text{ m}$$



(a) Northern hemisphere



(b) Southern hemisphere