



IL PARADOSSO DEI GEMELLI

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

**Nel 1905 Albert Einstein pubblica la sua teorie della
“Relatività ristretta”**

I postulato: Le leggi di natura e i risultati di tutti gli esperimenti eseguiti in un dato sistema di riferimento sono indipendenti da moto di traslazione dell'intero sistema

II postulato: la velocità della luce nel vuoto è la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali, indipendentemente dal moto della sua sorgente o dell'osservatore

Conseguenze:

- Il tempo e lo spazio non sono più entità assolute.
- Non esiste un sistema di riferimento privilegiato
- Perdita del concetto di simultaneità
- Introduzione dei concetti di contrazione dello spazio e dilatazione del tempo

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Contrazione dello spazio: $\Delta L' = \Delta L / \gamma$

ΔL = lunghezza misurata da un osservatore solidale con il sistema

$\Delta L'$ = lunghezza misurata da un osservatore non solidale con il sistema

Dilatazione dei tempi: $\Delta t = \gamma \Delta \tau$

Δt = tempo misurato da un osservatore non solidale con il sistema

$\Delta \tau$ = tempo misurato da un osservatore solidale con il sistema, detto anche tempo proprio

Una vera e propria rivoluzione in ambito fisico poiché era in netto contrasto con i principi della fisica classica, basata sulle trasformazioni di Galileo.

Di primo acchito tale teoria venne accolta nell'ambiente scientifico con scetticismo, ma in seguito le prove sperimentali che confermavano la teoria di Einstein furono molteplici

Nonostante ciò, si assistette alla creazione di una innumerevole quantità di esempi teorici che sembravano mettere in crisi la nuova teoria, alcuni dei quali teorizzati dallo stesso Einstein, e che passarono alla storia con il nome di paradossi.

L'ambiguità generata da tali paradossi fu risolta sia con l'adozione della "Relatività ristretta", sia della "Relatività generale", pubblicata da Einstein nel 1915

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Il paradosso dei gemelli in principio teorizzato e risolto da Einstein e altri (es. Laving)

Il Paradosso

- Due gemelli A e B perfettamente uguali
- A lanciato in orbita con un razzo ad una velocità relativistica costante
- B resta sulla terra
- A torna indietro e atterra sulla terra
- Dal punto di vista di B, A si è mosso a velocità relativistiche → A è più giovane
- Dal punto di vista di A, la terra si è allontanata → B è più giovane

Interpretazione relativistica

Relatività ristretta non è sufficiente → è necessaria Relatività generale
B è davvero il più giovane poiché il razzo non è un sistema di riferimento inerziale

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

Soluzione non relativistica

Ipotesi: Quando A e B si incontrano hanno la stessa età e gli orologi dei due coincidono!

Ciò implica che il tempo proprio misurato da un osservatore sia solamente funzione analitica della posizione e del tempo $\rightarrow \tau(x,t)$

- Un osservato a riposo nella posizione x e al tempo t legge un valore di τ ;
- Qualsiasi altro osservatore nelle stesse condizioni leggerà lo stesso valore di τ , a prescindere dalla sua storia.

Questa ipotesi nega i risultati raggiunti con la Relatività, anche se sono molto meno restrittivi: il percorso seguito da B può essere di traiettoria e velocità arbitrarie e non costanti.

Tali ipotesi sono alla base della “Assunzione di Sachs”

Sachs dichiara nel suo articolo di scardinare il paradosso dei gemelli senza inficiare la teoria della relatività. Ciò è in netto contrasto con la sua assunzione, la quale definisce una funzione di stato univoca, quindi molto potente ma assai restrittiva, che riconduce alla fisica classica e alle trasformazioni di Galileo.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

ESEMPIO I

Descrizione

- A, B e C sono a riposo
- al tempo t_0 B accelera in un tempo trascurabile e raggiunge velocità v seguendo una traiettoria circolare di raggio R
- a t_0 C emette un impulso di luce con direzione radiale
- in $t = 2\pi R/v$ B decelera in un tempo trascurabile e torna a riposo nella stessa posizione di A
- in t , B riceve N pulsazioni di luce

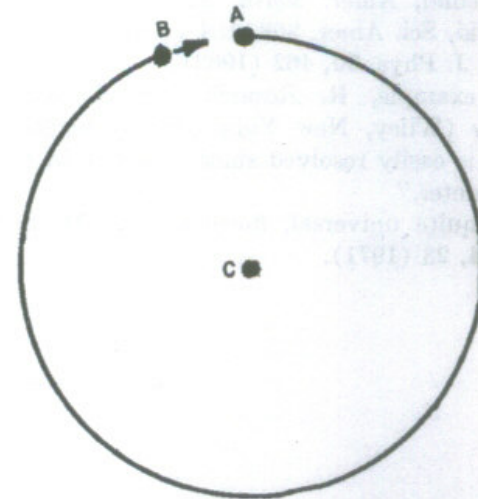


FIG. 1. Demonstration of the lack of time dilatation. Observers A and C are at rest. C emits radial light pulses which are picked up by A and B . B quickly accelerates, travels around the circle at constant speed v , and then quickly decelerates. According to the Sachs assumption, his elapsed time is the same as A 's, and therefore since he receives the same number of pulses, there is no transverse Doppler effect on frequencies, or time dilatation.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

ESEMPIO I

Conclusioni

- Secondo l'assunzione di Sachs, quando A e B sono nuovamente nella stessa posizione a riposo, i loro orologi segnano la stessa ora
- Nel tempo che B impiega a compiere l'intera traiettoria, riceve N pulsazioni di luce proveniente da C. Poiché la luce ha velocità costante nel vuoto e che il tempo proprio sia di A che di B è lo stesso, i due riceveranno lo stesso numero di pulsazioni → non si osserva **effetto doppler trasversale** → non si osserva **la dilatazione del tempo**
- Secondo la teoria della relatività, che è sempre valida anche per Sachs, un corpo che subisce un'accelerazione può considerare sé stesso come sottoposto ad un campo gravitazionale.
B non fa eccezione! Quindi un eventuale differenza tra il suo orologio e quello di C è interpretabile come uno red-shift gravitazionale. Al momento in cui coincide nuovamente con A, il tempo proprio misurato dai tre è lo stesso → non si osserva **red-shift gravitazionale**

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

ESEMPIO II

Descrizione

- A e A' sono a riposo ad una distanza L
- Al tempo t_0 , A emette un impulso luminoso
- A t_1 , B accelera in un tempo trascurabile fino alla velocità v costante
- Al tempo $t = L/c$ l'impulso di luce raggiunge A', nello stesso istante B decelera e fino alla velocità $-v$
- Al tempo $t' = 2L/c$, B torna nella posizione di partenza

Daniel M. Greenberger

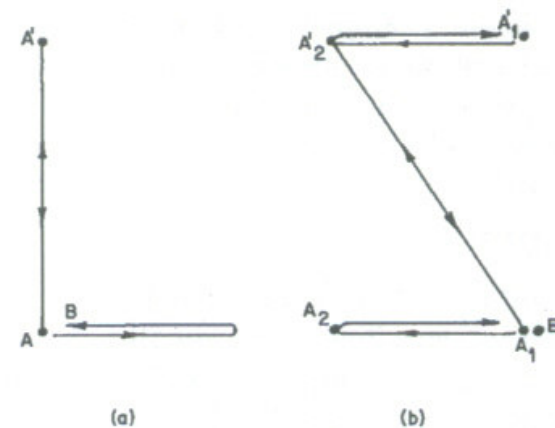


FIG. 2. Demonstration of the variability of the speed of light. (a) In the rest frame of observers A and A' , A sends a light signal to A' , who reflects it back. As A sends out the signal, B quickly accelerates to speed v , which he maintains until A' receives the signal, at which point B quickly decelerates to speed v in the opposite direction. The reflected signal arrives at A coincidentally with B , who comes to rest. (b) The same experiment as seen by B . Here A moves from A_1 to A_2 and back. Because the elapsed time is the same for both A and B , according to Sachs, but the distance traveled is different, they must see the light travel at different velocities.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

ESEMPIO II

Conclusioni

- Nel momento in cui B torna nella posizioni di partenza, gli orologi sia di A, di A' e di B segneranno la stessa ora . Infatti in virtù della “Assunzione di Sachs”, il tempo proprio dipende solo dalla posizione e dal tempo
- Dal punto di vista dell'osservatore B, il quale è a riposo nel suo sistema di riferimento , la luce percorre una traiettoria obliqua. In sostanza nel tempo t' la luce percorre una distanza $d=(L^2+(vt')^2)^{1/2}$, quindi la velocità della luce rispetto a B è $v'=(c^2+v^2)^{1/2}$, la quale non è più costante in ogni sistema di riferimento. Questo è in netto contrasto con il secondo postulato della relatività e riconduce alle trasformazioni di Galileo.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

ESEMPIO III

Descrizione

- Tre osservatori sono inizialmente a riposo nel punto A di coordinata 0
- Al tempo $t=0$, un osservatore si muove lungo una traiettoria arbitraria
- Al tempo $t=t_0$ l'osservatore giunge nel punto B di coordinata x_1
- L'osservatore segue la stessa traiettoria tracciata in precedenza con le stesse modalità e torna nel punto A al tempo $t=2*t_0$
- Al tempo $t=0$, il secondo osservatore si muove lungo una traiettoria arbitraria diversa da quella del primo osservatore e giunge nella posizione C di coordinate x_2 al tempo $t=t_0$
- Il secondo osservatore segue la stessa traiettoria e all'istante $t=2*t_0$ torna nel punto A
- Il terzo osservatore rimane sempre a riposo nel punto A

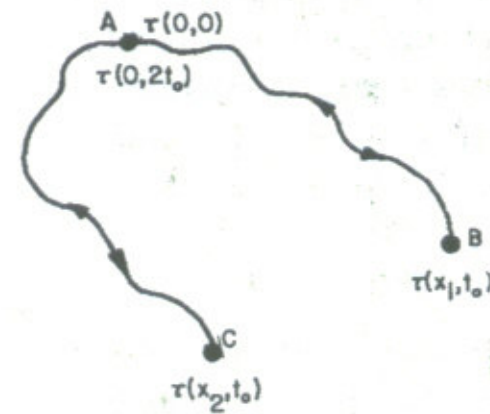


FIG. 3. Demonstration that τ depends only on t , and not on x . Three observers A, B, and C, start at rest at the same point. Observer A remains at rest throughout the experiment. Observer B follows an arbitrary path to x_1 , taking time t_0 . Then he follows the same path back, time reversed, so the return trip takes the same coordinate time and proper time. Observer C follows the same prescription as B, along a different path, to x_2 . When they have all returned to the starting point their clocks will agree, according to Sachs. So on their outward trips, $\tau(x_1, t_0) = \tau(x_2, t_0)$.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

ESEMPIO III

Conclusioni

- L'equazione della traiettoria seguita è: $x(t_0+t) = x(t_0-t)$
- Per il primo osservatore: $\tau(0, 2*t_0) - \tau(x_1, t_0) = \tau(x_1, t_0) - \tau(0, 0)$
 $\rightarrow \tau(0, 2*t_0) + \tau(0, 0) = 2* \tau(x_1, t_0)$
- Per il secondo osservatore: $\tau(0, 2*t_0) + \tau(0, 0) = 2* \tau(x_2, t_0)$
 $\rightarrow \tau(x_1, t_0) = \tau(x_2, t_0)$
- Ciò dimostra che il tempo proprio è indipendente dalla coordinata spaziale. Tutto riconduce ad una visione propria della fisica classica, in cui il tempo e lo spazio sono svincolati l'uno dall'altro e assoluti.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

CRITICHE

Nonostante le dichiarazioni fatte, “l’assunzione” di Sachs portano inesorabilmente al rifiuto della teoria della relatività

- Nella geometria euclidea, dati due punti, la distanza misurabile lungo una curva dipende solamente dalla scelta della traiettoria da seguire e non dalla scelta delle coordinate
- **Goedetica:** è definita come la curva che permette di percorrere la minima distanza

Einstein: lo spazio e il tempo sono un tutt’uno

Poiché le stesse proprietà prime elencate valgono anche per la relatività, è ovvio che la distanza dipende dalla traiettoria e quindi dal tempo proprio poiché si è in uno spazio di Minkosky in cui il tempo è la quarta coordinata

Negare che il percorso dipende dal tempo proprio significa escludere il tempo da questa costruzione geometrica e quindi tornare ad una visione classica dello spazio e del tempo.

“L’assunzione” di Sachs conduce a concetti propri della fisica classica.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

CRITICHE

Perché la distanza dipende dal percorso?

In “relatività generale”, ogni sistema non inerziale può essere rappresentato localmente da un sistema inerziale. In virtù di ciò, vale sempre l'equazione:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - L^2$$

In cui ds^2 è una quantità costante. Poiché la geodetica è l'integrale di ds , anch'essa dipende solo dalla scelta della curva → stabilita la traiettoria è una grandezza costante.

Lungo una geodetica il tempo proprio è massimo

Interpretazione secondo il principio di minima azione

- Secondo il principio di minima azione, una particella segue una traiettoria la quale permette la costanza di una quantità definita azione. Applicando questa teoria alla relatività, si ottiene l'equazione:

$$S = -m_0 c^2 \int_{t_1}^{t_2} dt = -m_0 c \int ds$$

- Se l'energia deve essere minima, il tempo proprio deve essere massimo per la costanza di S

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

CRITICHE

Interpretazione relativistica

- La definizione di geodetica è univoca per qualunque geometria presa in analisi, sia questa euclidea o non euclidea.
- Poiché anche un sistema non inerziale può essere approssimato localmente con uno inerziale, continua a valere la costanza di ds^2 e della geodetica

In virtù di ciò, essendo la geodetica la curva che decreta la distanza più breve percorribile tra due eventi, ad essa deve corrispondere il valore massimo di tempo proprio.

- Secondo questa ipotesi, il gemello che è rimasto sulla terra ha seguito una traiettoria geodetica, quindi il tempo proprio da lui misurato è massimo.
- Il gemello viaggiatore non può seguire una traiettoria geodetica a causa delle forze esercitate nel momento di accelerazione e decelerazione

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

CONCLUSIONI

L'obiettivo dell'autore dell'articolo non è certamente la dimostrazione della veridicità delle teorie di Einstein. Egli afferma l'impossibilità di credere alla relatività e di rifiutare il paradosso dei gemelli, perché è una conseguenza essenziale della teoria.

- Altri esempi possono portare alle stesse conclusioni. La teoria secondo la quale la velocità degli orologi è indipendente dall'accelerazione del sistema.

L'alterazione di una o più ipotesi della teoria si traduce nella distruzione della medesima

- L'assunzione di Sachs ha sconvolto a tal punto la teoria da distruggerla.
- Non è sufficiente invocare alcune incoerenze biologiche, come l'invecchiamento, e in seguito dichiarare di credere nella relatività
- L'invecchiamento: processo fondato su reazioni chimiche basate su interazioni elettromagnetiche. La teoria della relatività agisce su quest'ultime e l'effetto che si sviluppa è il medesimo descritto nel paradosso

La relatività non è una teoria dell'illusione

- Le trasformazioni di Lorentz non sono solo un processo matematico fine a se stesso che ha come risultato il cambiamento delle coordinate, ma dei veri e propri effetti fisici osservabili sperimentalmente.
- Prove sperimentali: Hafele e Keating.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

INTERPRETAZIONE NELLA RELATIVITÀ

Il paradosso dei gemelli è basato sulla asimmetria dei due sistemi di riferimento.

- ognuno dei due gemelli vede l'altro che si allontana, quindi entrambi potrebbero applicare le formule della relatività ristretta
- in realtà il gemello che viaggia nello spazio subisce diverse accelerazioni e decelerazioni, nel momento della partenza, di inversione della marcia e dell'arrivo

Quindi la asimmetria si riduce solamente nei momenti in cui il gemello viaggiatore subisce le accelerazioni.

Secondo la teoria della relatività ristretta non è possibile risolvere il paradosso.

Quando il sistema non è inerziale, secondo la relatività generale è possibile considerarlo come immerso in un campo gravitazionale; poiché il ritmo scandito da un orologio è proporzionale al potenziale gravitazionale che subisce, le differenze che i due gemelli misureranno all'arrivo dipendono da quest'effetto.

IL PARADOSSO DEI GEMELLI

INTERPRETAZIONE NELLA RELATIVITA'

In prima approssimazione è possibile descrivere il paradosso come segue:

- il tempo proprio misurato dal gemello sulla terra corrisponde alla distanza tra la partenza e l'arrivo sull'asse ct
- il tempo proprio misurato dal viaggiatore corrisponde alla distanza sui due assi inclinati
- l'esistenza dei due assi dipende dall'asimmetria del sistema: quando inverte la direzione cambia sistema di riferimento
- il tempo misurato dal gemello sulla terra è pari alle proiezioni del tempo proprio del viaggiatore sull'asse ct

