SISTEMI DI RIFERIMENTO UNIFORMEMENTE ACCELERATI E PARADOSSO DEI GEMELLI

Alcuni semplici concetti di relatività generale sono presentati con una trattazione elementare che mettono in risalto l'orizzonte degli eventi e lo shift di frequenza. Il paradosso dei gemelli è illustrato dal punto di vista di ciascun gemello.

Introduzione

La relatività ristretta (R.R.) e la meccanica quantistica sono state introdotte sempre più presto nei "normali" corsi di fisica. La relatività generale (R.G.) ha resistito a questo trend a causa della complessità degli algoritmi matematici di cui necessita (geometria di Riemann).

Questa relazione ha lo scopo di affrontare alcuni concetti di R.G. anche se limitatamente al campo dei sistemi uniformemente accelerati che si prestano ad una trattazione facente uso delle sole trasformazioni di Lorentz e di concetti della R.R.

Come ulteriore prerequisito è necessario richiamare il concetto dello **shift di frequenza** in un campo gravitazionale uniforme g: un orologio A (Fig.1) scorre più velocemente dell'orologio ***O*** dello osservatore, secondo la formula:

$$f_A = f_O(1 + gx/c^2) \qquad (1)$$

dove
x = altezza positiva verso l'alto.
g = accelerazione di gravità (g > 0)
f_O = frequenza dell'orologio al suolo (x = 0)
f_A = frequenza dell'orologio all'altezza x

c = velocità della luce

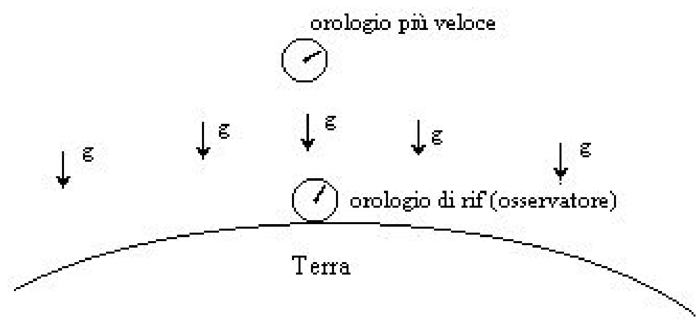

Fig. 1 Shift di frequenza gravitazionale nel campo terrestre

La Fig. 2 schematizza il *principio di equivalenza* nel campo pseudo-gravitazionale di una navicella uniformemente accelerata con accelerazione uguale a circa g/2.

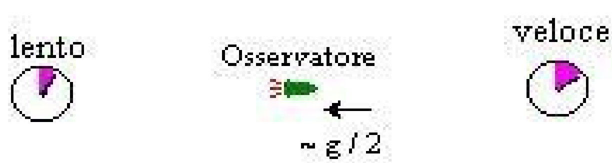

Fig. 2. Shift di frequenza nel riferimento N.I. della navicella in accelerazione

Per le figure mostrate nella relazione e in cui l'osservatore è in un sistema inerziale (S.I.), gli oggetti (stelle, impulsi di luce ecc.) sono tutti mostrati allo stesso istante di tempo del S.I.

Per le figure in cui l'osservatore si trova solidale con un sistema accelerato (S.N.I.), gli oggetti sono mostrati nella posizione che essi avrebbero, ad un dato istante, se l'osservatore azzerasse in quell'istante e per un tempo infinitesimo la sua accelerazione, entrando cosi in un S.I.

Il paradosso dei gemelli è trattato considerando un ipotetico viaggio verso una stella distante 4,5 anniluce seguendo questa tabella di marcia:

a) partendo da una situazione a riposo dalla Terra, la navicella accelera uniformemente con accelerazione ~ 9,8 / 2, per 2 anni (tempo terrestre);

b) la navicella avanza quindi con velocità costante uguale a 0,71c per 4 anni (sempre tempo terrestre);

c) la navicella decelera sino a fermarsi con accelerazione opposta (stesse modalità del punto a);

d) la navicella sta ferma per 2 anni sulla stella;

e) la navicella ritorna sulla Terra con le stesse modalità dei punti a, b, e c.

Il viaggio è illustrato prima nel S.I. della terra, quindi nel sistema di riferimento della navicella (Fig. 6).

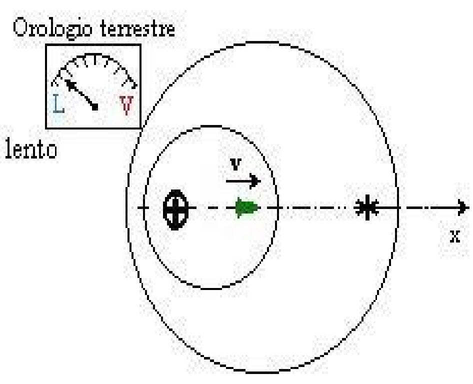

Fig. 6 (a). Nel riferimento della navicella, la Terra e la stella si muovono verso sinistra ed è evidenziata la contrazione di Lorentz. Gli orologi della Terra girano più lentamente per la dilatazione del tempo e non c'è accelerazione.

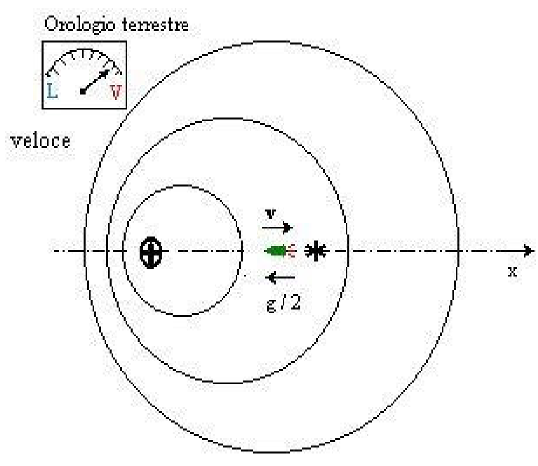

Fig. 6 (b). E' rappresentata la navicella in decelerazione (- g / 2) fino a fermarsi sulla stella. La Terra è vista soggetta al campo "gravitazionale" g /2: lo shift di frequenza gravitazionale è preponderante rispetto alla dilatazione del tempo e pertanto gli orologi terrestri sono diventati più veloci

Degli impulsi di luce annuali sono inviati dalla Terra al navigatore allo scopo di scandire il passare del tempo.

Il viaggio di andata dal punto di vista della Terra, S.I. "non privilegiato", è mostrato schematicamente in Fig. 7 (punti a, b, c) dove le tre modalità di moto sono indicate rispettivamente come Parte 1, 2 e 3.

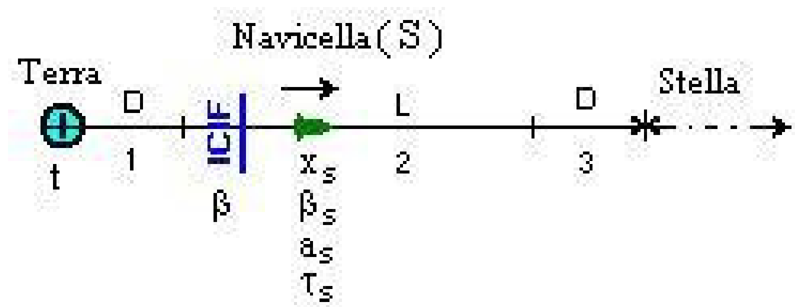

Fig. 7. Rappresentazione schematica del viaggio nel riferimento terrestre. ICIF indica il riferimento inerziale istantaneo del comovimento. Le grandezze relative alla Terra, all' ICIF e alla navicella sono posizionate sotto i corrispondenti simboli. Le grandezze (eccetto il tempo) sono positive verso destra. La navicella è mostrata nella parte 2 del viaggio.

La stessa situazione dal punto di vista del sistema "privilegiato" è schematizzata in Fig.8. Questo sistema è il cosiddetto ***Sistema inerziale istantaneo di comovimento*** (ICIF) la cui posizione, velocità e tempo differiscono di poco da quelli della navicella. Praticamente i valori di queste tre grandezze sono uguali nel sistema di riferimento della navicella e le tre modalità di moto di cui sopra sono indicate come Parte I, II e III.

Notiamo espressamente che tutte le grandezze fisiche relative all***'ICIF*** sono indicate con ***apici;*** i pedici "***s***" ed "***e***" riferiscono le grandezze alla navicella (ship) ed alla Terra (Earth) rispettivamente.

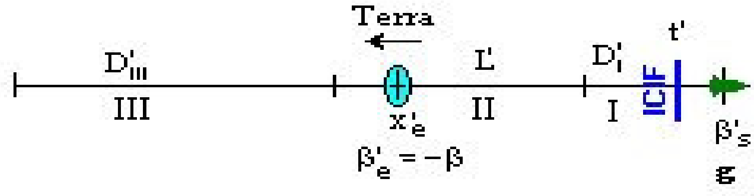

Fig.8 Come Fig. 7, ma nell'ICIF. Sistema di riferimento solidale con la navicella. Posizione, velocità tempo proprio della Terra sono indicate con pedice " e ".

Viaggio nel sistema di riferimento della Terra

PARTE 1

Puntualizziamo che la nostra trattazione, come coordinata spaziale, è confinata alla direzione *x*, cosicché il nostro spazio-tempo è *F(x, t)*. Ricordiamo i simboli usuali della R.R.

$$\beta = v / c \qquad (2)$$

$$\gamma = \frac{1}{(1-\beta^2)^{1/2}} \qquad (3)$$

dove *v* è la velocità dell'ICIF nel S.I. della Terra.

Le trasformazioni di Lorentz per la separazione Δx, Δt di due eventi sono

$$\Delta x = \gamma\Delta x' + \beta\gamma\Delta ct' \qquad (4)$$

$$\Delta ct = \gamma\Delta ct' + \beta\gamma\Delta x' \qquad (5)$$

Da cui, posto $\frac{\Delta x}{\Delta ct} = \beta_s$, se i due eventi si verificano sulla navicella, risulta

$$\beta_s = \frac{\beta_s' + \beta}{1 + \beta_s'\beta} \qquad (6)$$

Notiamo che la (6) è la normale formula di addizione relativistica delle velocità (normalizzate a *c*).

L'accelerazione $\boldsymbol{a_s}$ della navicella rispetto al S.I. Terra si ottiene derivando la velocità v_s ($v_s = \beta_s c$) rispetto al tempo terrestre (t), cioè

$$a_s = c\frac{d\beta_s}{dt} \tag{7}$$

notando che

$$d\beta_s = (d\beta_s / d\beta_s^{'})d\beta_s^{'} \tag{8}$$

dalla (6), con β = cost., si ottiene

$$d\beta_s = \frac{1-\beta^2}{(1+\beta_s^{'}\beta)^2}d\beta_s^{'} \tag{9}$$

trascurando $\beta_s^{'}$ che è molto piccolo (~ 0) e semplificando si ottiene

$$d\beta_s = (1-\beta^2)(g/c)dt^{'} \tag{10}$$

Nella (10) si è introdotta l'accelerazione **g** (***accelerazione propria*** costante) della navicella rispetto all'ICIF

$$g = \frac{d\beta_s^{'}}{dt^{'}}c \tag{11}$$

Adesso, per due eventi nell'origine dell'ICIF, separati da $\Delta t'$, abbiamo $\Delta x' = 0$ e quindi la (5) diventa

$$\Delta t = \gamma \Delta t^{'} \tag{12}$$

cioè la relativistica *dilatazione del tempo.*

Passando ai differenziali nella (12) e sostituendola nella (10) si ottiene

$$d\beta_s = (1-\beta^2)^{3/2}(g/c)dt \tag{13}$$

da cui

$$a_s = c\frac{d\beta_s}{dt} = g/\gamma^3 \tag{14}$$

Se g rimane costante, a_s tende a zero all'avvicinarsi di β a 1 (altrimenti la v_s supererebbe c).

Integrando la (13), con $\beta = \beta_s$ (<u>*navicella ferma nell'ICIF*</u>) si ottiene

$$\boxed{\beta_s = \frac{1}{\sqrt{[1+(c/gt)^2]}}} \qquad (15)$$

Quindi con t tendente ad infinito, β_s tende a 1.

Poiché

$\beta_s = \frac{dx_s}{cdt}$ (x_s = posizione navicella nel riferimento della Terra), integrando e semplificando, si ottiene

$$\boxed{x_s = (\gamma_s - 1)c^2 / g} \qquad (16)$$

con

$$\gamma_s = \sqrt{[1+(gt/c)^2} \qquad (17)$$

La (16) implica che ***$x_s > ct - c^2/g$*** , per ogni t; ciò significa che un impulso di luce lanciato dalla Terra all'istante t_1, percorrerà la distanza $X_L = c\Delta t$, ma se esso viene mandato dopo che $x_s \geq c^2/g$ non raggiungerà mai la navicella, quale che sia la sua velocità.

Il ritmo dell'orologio sulla navicella è dato dalla relazione della dilatazione del tempo

$$\boxed{d\tau_s = dt / \gamma_s} \qquad (18)$$

dove τ_s è il tempo proprio della navicella (ricordiamo che ***lunghezza, massa e tempo propri*** sono quelli solidali col proprio sistema di riferimento) e quando la navicella si muove, i suoi orologi vanno più lentamente visti dal sistema di riferimento terrestre ($\gamma_s > 1$).

τ_s è ottenuto sostituendo la (17) nella (18) ed integrando:

$$\boxed{\tau_s = \frac{c}{g} settsh(\frac{gt}{c})} \qquad (19)$$

Risolvendo la (19) rispetto (gt/c) e sostituendola nella (16) si ottiene:

$$x_s = \frac{c^2}{g}[\cosh(\frac{g\tau_s}{c}) - 1] \qquad (20)$$

In Fig. 9 sono tracciati gli andamenti sia della (20) sia, per confronto, della equazione non relativistica:

$$x_s = \frac{g\tau_s^2}{2} \qquad (21)$$

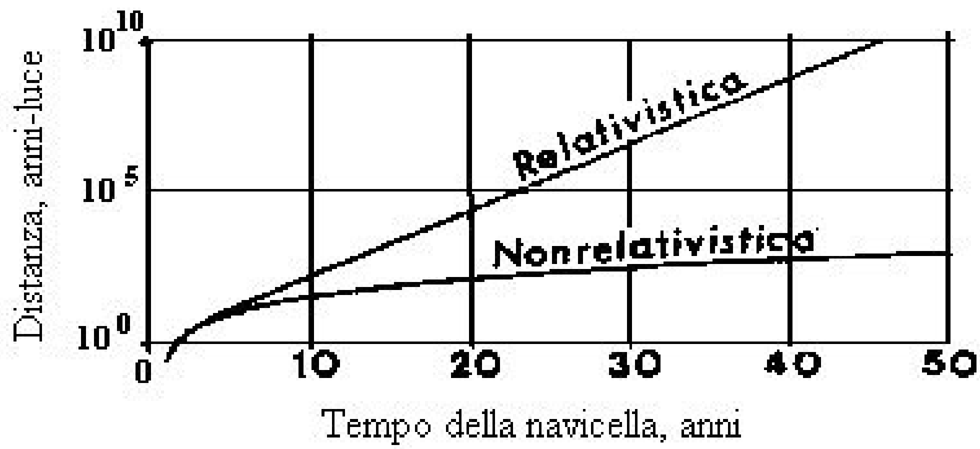

Fig. 9. Distanza percorsa dalla navicella in funzione del tempo della navicella con accelerazione costante $g = 4{,}76\ m/s^2$, nel rifer. della Terra

C'è da notare che se l'accelerazione della navicella continuasse per 46 anni, essa raggiungerebbe una distanza di 10^{10} anni-luce dalla Terra, cioè oltre la più lontana stella attualmente conosciuta.

Secondo l'equazione non relativistica, invece, il viaggiatore, in 46 anni di viaggio, raggiungerebbe una distanza dalla Terra di soli 529 anni-luce, anche se in questo caso la sua velocità supererebbe di gran lunga quella della luce.

I risultati della trattazione relativistica possono essere attribuiti alla dilatazione del tempo, nel sistema di riferimento della Terra, o equivalentemente alla contrazione di Lorentz nel sistema di riferimento della navicella.

PARTE 2

Dopo il primo tratto caratterizzato da moto uniformemente accelerato, la navicella si muove a velocità costante: $\beta_s = \beta_{max}$.

La sua posizione è data da

$$x_s = D + c\beta_{max} t \tag{22}$$

dove D è la distanza già percorsa all'inizio (t = 0) del moto uniforme (parte 2). Il tempo proprio della navicella è dato da

$$\tau_s = t / \gamma_{max} \tag{23}$$

PARTE 3

Per convenienza è posto t = 0 alla fine della terza parte del viaggio, quando $x_s = L+2D$.

I risultati sono simili a quelli della parte 1 e pertanto sono semplicemente riportati. Si noti che adesso g è negativa (l'accelerazione ha cioè cambiato verso perché la navicella ha messo in azione i razzi frenanti per l'atterraggio).

$$\beta_s = \frac{1}{\sqrt{[1+(c/gt)^2]}} \tag{24}$$

$$x_s = L + 2D + \frac{c^2}{g}(\gamma_s - 1) \tag{25}$$

$$d\tau_s = dt / \gamma_s \tag{26}$$

$$\tau_s = \frac{c}{g} settsh \left(\frac{gt}{c}\right) \tag{27}$$

Viaggio nel sistema di riferimento della navicella

PARTE I

Nell'ICIF, poiché β'_s è piccolo, a causa della natura reciproca delle trasformate di Lorentz , si ha

$$\boxed{\beta'_e = -\beta = -\beta_s} \qquad (28)$$

dove $c\beta'_e = dx'_e / dt'$ è la velocità della Terra nell'ICIF ed x_e' è la posizione della Terra sempre nell'ICIF.

Dalle equazioni (16) e (20) si ricava

$$\gamma_s = \cosh(\frac{g\tau_s}{c}) \qquad (29)$$

In questo sistema, tenendo presente la (3), la (28) e la (29) otteniamo

$$\gamma'_e = \cosh(\frac{gt_s}{c}) \qquad (30)$$

$$\boxed{\beta'_e = -\tanh(\frac{gt_s}{c})} \qquad (31)$$

$\beta'_e < 0$ per costruzione (Fig. 8).

Dopo una serie di passaggi matematici si trova

$$\boxed{\begin{aligned} \beta_e &= \beta'_e\left(1+\frac{gx_e}{c^2}\right) && (32) \\ \frac{d\tau_e}{dt_s} &= \frac{1}{\gamma'_e}\left(1+\frac{gx_e}{c^2}\right) && (33) \end{aligned}}$$

dove x_e, τ_e e $c\beta_e = dx_e/dt_s$ sono posizione, tempo proprio e velocità della Terra nel sistema della navicella (ovviamente x_e e β_e sono negative).

L'equazione (33) coinvolge effetti sia della R.R. sia della R.G. Gli orologi della Terra sono rallentati di un fattore dovuto alla dilatazione del tempo (R.R.) e in aggiunta, nel sistema della navicella, il ritmo degli orologi terrestri può essere incrementato o ridotto dal campo pseudo-gravitazionale g. Nella parte I, i due effetti sono concordi (somma aritmetica) ed entrambi tendono a rallentare gli orologi terrestri nel sistema di riferimento della navicella.

La posizione della Terra nel sistema di riferimento della navicella è data da

$$\boxed{x_e = -(1 - \frac{1}{\gamma_e^{'}})\frac{c^2}{g}} \qquad (34)$$

Questa equazione si ricava integrando la (32) e ponendo come condizione iniziale $x_e = 0$ per $t_s = 0$

Il tempo proprio terrestre nel sistema di riferimento della navicella è dato da

$$\boxed{\tau_e = \frac{c}{g}\tanh(\frac{gt_s}{c}) = -\beta_e^{'}\frac{c}{g}} \qquad (35)$$

equazione ottenuta integrando la (33) e ponendo come condizione iniziale $\tau_e = 0$ per $t_s = 0$.

All'aumentare di t_s , τ_e tende a *c/g;* in altre parole, quando la Terra si avvicina all'orizzonte degli eventi, gli orologi della Terra rallentano fino a fermarsi quando $\tau_e = c/g$. Osserviamo che c/g è il rapporto tra la distanza che intercorre tra l'orizzonte degli eventi e la posizione della Terra, inizialmente ferma, e la velocità della luce c.

PARTE II

La Terra si muove a velocità costante $-c\beta_{max}$. La sua posizione è data da

$$x_e = -D_I^{'} - c\beta_{\max} t_s \qquad (36)$$

Il tempo proprio della Terra è dato dalla (dilatazione del tempo)

$$\tau_e = \frac{t_s}{\gamma_{\max}} \qquad (37)$$

PARTE III

Per convenienza si pone $t_s = 0$ alla fine della parte III, dove $x_e = -(L+2D)$.

I risultati sono simili a quelli della Parte I e riportati sotto. Come nella parte 3, g è negativo.

$$x_e = -(L+2D)/\gamma_e^{'} - (1-1/\gamma_e^{'})c^2/g \tag{38}$$

$$\tau_e = (L+2D-c^2/g)\beta_e^{'}/c \tag{39}$$

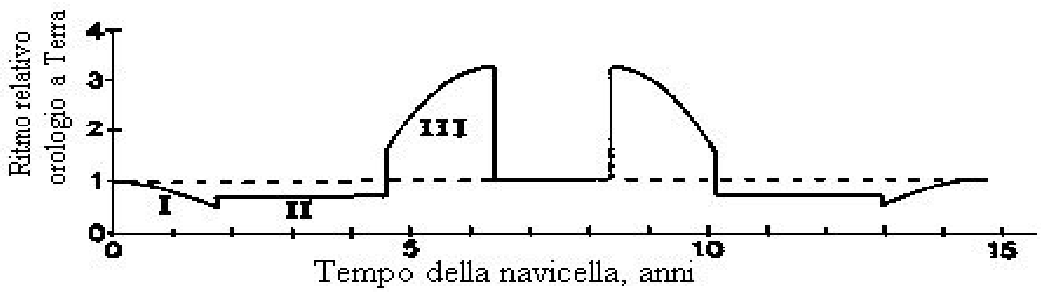

Fig. 10. Ritmo dell'orologio della Terra rapportato a quello della navicella in funzione del tempo della navicella nel rifer. solidale con essa. I numeri romani si riferiscono alle tappe del viaggio di Fig. 8.
Il fatto che l'area tra la linea tratteggiata e la curva sia complessivamente positiva mostra la maggiore velocità degli orologi terrestri rispetto a quelli della navicella.

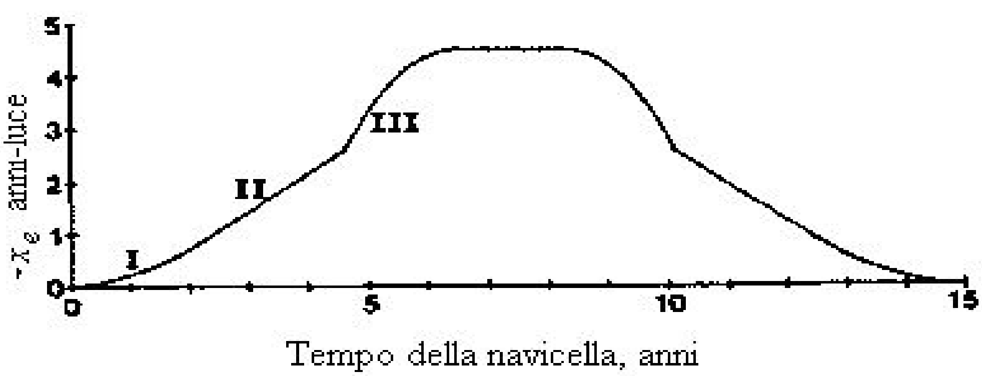

Fig.11. Distanza Terra-navicella in funzione del tempo della navicella, nel sistema di riferimento della navicella stessa.

	Sistema di riferimento della Terra			Sistema di riferimento della navicella			
Parte	1	2	3	I	II	III	Totale
Distanza (anni-luce)	0,83	2,83	0,83	0,59	2,00	1,90	4,50
Tempo della Terra (anni)	2,00	4,00	2,00	1,41	2,00	4,59	8,00
Tempo della navicella (anni)	1,76	2,83	1,76	1,76	2,83	1,76	6,35

Fig 12. In tabella sono raccolti i risultati dei calcoli effettuati per il solo viaggio di andata dalla terra alla stella. Gli stessi valori valgono per il viaggio di ritorno (simmetricità del viaggio, come da Figg. 10 e 11)

Alla fine di tutto il tragitto si calcola che il tempo trascorso e misurato dal sistema Terra risulta essere di 18 anni (8+2+8 = 18) per il gemello rimasto sulla Terra e di 14,7 anni (6,35+2+6,35= 14,7) per il gemello viaggiatore!

Orizzonte degli Eventi

Le equazione (32) e (33) implicano l'esistenza di un "*orizzonte degli eventi*" avente ascissa

$$x_e = -c^2/g \qquad (40)$$

dove il moto della Terra ed i suoi orologi (tempo) si fermano ($\beta_e = 0$, $d\tau_e/dt_s = 0$).

Dall'altra parte dell'orizzonte degli eventi (dove $1+ gx_e/c^2 < 0$) gli orologi e la luce vanno all'indietro. Poiché tutti i moti si fermano all'orizzonte degli eventi, nessun segnale lo può attraversare e conseguentemente gli eventi che stanno dietro di esso non sono accessibili all'osservazione; essi saranno però accessibili nel futuro all'osservatore quando esso avrà smesso di accelerare, facendo scomparire così l'orizzonte degli eventi (vedi Fig. 4c).

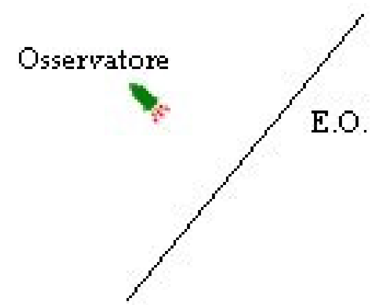

Fig. 3 Qualsiasi rotazione possa dare alla navicella, l'ossorvatore non raggiungerà mai l' E.O.
Se smette di accelerare, però, l' E.O. sparisce; infine se riaccelera verso di esso, questo riappare dietro la navicella!

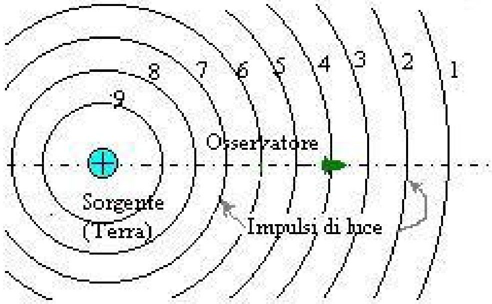

Fig. 4 a) La Terra, stazionaria relativamente alla navicella (osservatore), invia impulsi luminosi annuali.

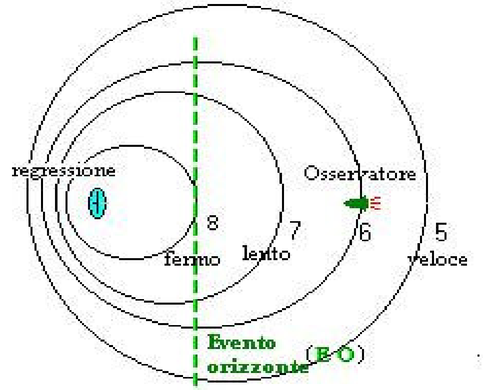

Fig. 4 b) Parte III del viaggio di andata. L'EO è presente a causa della decelerazione della navicella.
Le velocità relative all'osservatore degli impulsi di luce sono indicate in quattro regioni.

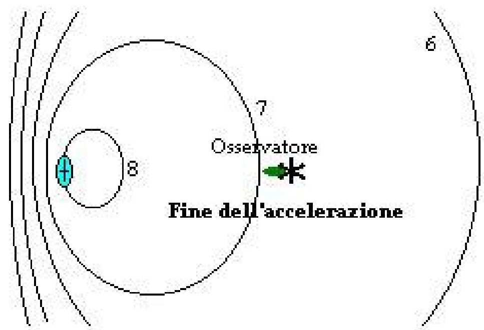

Fig. 4 c) Fine della parte III del viaggio di andata, fine della decelerazione (scomparsa di EO) e "atterraggio" sulla stella.
L'impulso di luce numero 7 è in procinto di raggiungere l'osservatore.

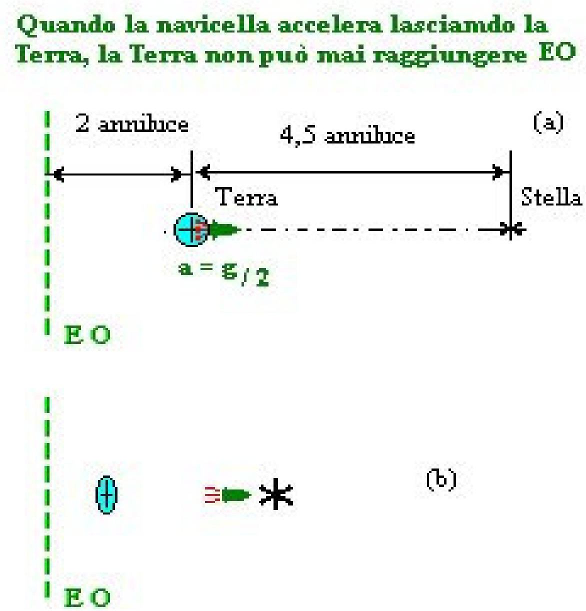

Fig. 5 (a) Terra e stella sono ferme e l'accelerazione è appena iniziata. (b) Dopo, la distanza Terra-stella si riduce sempre più per la contrazione di Lorentz

Considerazioni finali

A) Orizzonte degli eventi

L'orizzonte degli eventi, che si trova sempre in un sistema di riferimento uniformemente accelerato, è simile a quello che si trova sul *raggio di Schwarzschild* di un buco nero. Esso è inaccessibile agli osservatori in entrambi i casi. Nessun segnale può passare attraverso un orizzonte degli eventi. Come illustrato nelle figure 4 e 5, gli oggetti da entrambe le parti dell'orizzonte degli eventi cadono liberamente verso di esso, ma essi non lo raggiungeranno mai.

Ci sono certamente differenze tra l'orizzonte degli eventi di un sistema uniformemente accelerato e quello di un buco nero. Nel primo, ogni oggetto che cade liberamente, di massa a riposo finita, deve prima o poi risentire del campo campo pseudo-gravitazionale e avvicinarsi all'orizzonte degli eventi; mentre gli oggetti fuori dal raggio di Schwarzschild possono sfuggirgli completamente se essi hanno sufficiente velocità (in intensità e direzione). Inoltre nel buco nero le forze attrattive sono significative e lo spazio-tempo esibisce curvatura; niente di ciò riguarda però i sistemi uniformemente accelerati.

Dietro l'orizzonte degli eventi di un buco nero, tutta l'informazione dettagliata è irrimediabilmente persa, e tutto ciò che si conserva è la massa totale, la carica ed il momento angolare. Per contro, in un sistema di riferimento uniformemente accelerato, l'orizzonte degli eventi può essere rimosso in ogni momento: è sufficiente che l'osservatore azzeri l'accelerazione, in questo caso nessuna informazione è persa e conseguentemente ha senso descrivere gli eventi dietro l'E.O. In Fig. 4(b) , per esempio, un orizzonte degli eventi spunta tra la navicella e la Terra, ma l'osservatore della navicella che pianifichi di far ritorno può continuare a calcolare la posizione ed il tempo della Terra.

Notiamo che gli orizzonti degli eventi non sono da intendersi come rari, anche se normalmente non sono notati. Per esempio, un osservatore all'equatore subisce un'accelerazione centripeta di $g = 3{,}4 \cdot 10^{-2}$ m/s^2 dovuta alla rotazione della Terra. Il corrispondente orizzonte degli eventi è dritto sopra la sua testa ad una distanza di $c^2/g = 280$ anni-luce (altri effetti, come la gravitazione solare e terrestre, modificano questo numero solamente di poco).

B) Paradosso dei gemelli

Se un gemello rimane sulla Terra mentre l'altro inizia un viaggio ad alta velocità verso una stella distante, allora, nel sistema di riferimento della Terra, il gemello viaggiatore evidenzia la dilatazione del tempo della relatività ristretta, e quando ritorna è più giovane del gemello terrestre. Il paradosso dei gemelli implica le seguenti considerazioni: poiché tutti i moti sono relativi, uno può asserire che la Terra inizia il viaggio ad alta velocità, ed il gemello sulla navicella attualmente resta "fermo". Quindi il gemello sulla Terra deve mostrare la dilatazione del tempo e risultare più giovane rispetto al gemello sulla navicella.

Questo è un paradosso, cioè, un' apparente contraddizione. Il gemello viaggiatore deve subire un'accelerazione, altrimenti non potrebbe ritornare, e durante questa accelerazione la relatività ristretta non può più essere applicata nel suo sistema di riferimento; pertanto i viaggi dei gemelli non sono dello stesso tipo, il che risolve il paradosso.

Quando la Relatività Generale è inclusa nell'analisi del gemello viaggiatore, si trova che i gemelli predicono lo stesso risultato finale. Infatti la tabella mostra che il tempo totale della Terra nel sistema di riferimento della Terra è lo stesso del tempo totale della Terra nel sistema di riferimento della navicella, anche se con diversa distribuzione fra le parti del viaggio (i tempi della navicella per le corrispondenti parti del viaggio sono gli stessi, perché gli eventi che definiscono la transizione da una parte all'altra accadono sulla navicella).

C) Accelerazione Assoluta

In sostanza il paradosso dei gemelli si risolve evidenziando l'asimmetria tra i gemelli, e cioè: il gemello viaggiatore ha un'accelerazione, l'altro no. Comunque, rimane un affascinante rebus da risolvere: come possono i gemelli raccontare quale dei due inizia il viaggio?

Gli accelerometri non saranno sufficienti a determinare l'accelerazione, a causa del principio di equivalenza. Se l'accelerazione del gemello viaggiatore fosse prodotta dai campi gravitazionali di eventuali masse nessun accelerometro potrebbe rilevarla.

I gradienti di campo gravitazionale non produrranno informazioni necessarie, poiché oggetti di piccolo potenziale gravitazionale possono produrre grandi gradienti quando localizzati vicino a detector di gradiente.

Neanche l'esame dei gemelli dopo il viaggio per determinarne il relativo invecchiamento funzionerà. Infatti, se il gemello legato alla Terra passasse il suo tempo vicino ad un oggetto avente un forte campo gravitazionale, egli potrebbe in linea i principio essere più giovane rispetto al gemello viaggiatore.

Il fatto sorprendente è che la determinazione di quale gemello inizia il viaggio può essere fatta solamente dall'osservazione delle "*stelle fisse*", cioè, di tutte le masse o almeno di tutte le masse "*più significative del nostro universo*".

Il viaggio è in sostanza definito in termini di moto relativo alle stelle fisse, ed esse devono essere prese in considerazione per determinare se il viaggio si verifica o meno. Nessuna misurazione in un laboratorio chiuso sarà sufficiente.

Il principio di Mach, adottato da Einstein e più tardi elaborato, suggerisce che se non ci fossero le stelle fisse allora non ci sarebbe una distinzione fondamentale fra il sistema di riferimento della Terra e della navicella, e che se le stelle fisse fossero in qualche modo accelerate, l'effetto sarebbe lo stesso di quello dell'osservatore accelerato. Così quando noi affermiamo che la navicella subisce un'accelerazione, e la Terra no, in modo da risolvere il paradosso dei gemelli, c'è una nascosta assunzione concernente la distribuzione delle masse nell'universo.

L'implicita *accelerazione "assoluta"* significa non il "sentire" l'accelerazione, ma rilevarne la presenza rispetto alle stelle fisse.