

martedì 20 luglio 2010
16.00

Presentazione sulla nucleosintesi primordiale di He

Calcolo dell'abbondanza di H ed He tramite un semplice modello



CORSO DI ONDE, RADIAZIONE E RELATIVITÀ anno 2009-2010

Valentino Gaeta

1

INTRODUZIONE

UNIVERSO: - nascita datata 13,72 miliardi di anni fa' → radiazione cosmica di fondo ($T=2,72^{\circ}\text{K}$) e espansione ↖
- da singolarità → punto a densità di energia e $T \infty$ per tempo infinitesimo → elevata P → teoria inflazionaria

Energia condensa in plasma ← raffreddamento come un gas ← (in 10^{-32} s dim. aumentate di 10^{30} volte)

↓
quark (fermioni elementari con spin $\frac{1}{2}$, UP e DOWN, partecipanti all'interazione forte)
gluoni (bosoni elementari con spin 1, responsabili dell'interazione forte, tengono uniti i quark)

↳ da glue, colla
+ altre particelle: leptoni¹ (fermioni elementari con spin $\frac{1}{2}$, elettrone e , muone μ , tauone τ
con carica -1 e i relativi neutrini, rispettivamente ν_n, ν_μ, ν_τ)

- T talmente alta da accelerare le particelle relativisticamente² e farle annichilire con le antiparticelle create nelle collisioni stesse → liberazione d'energia di massa E_m

- Successivamente avviene la bariogenesi (processo che viola la conservazione del n barionico → leggera sovrabbondanza di quark e leptoni su antiquark e antileptoni
 $D_i \sim 1/3 \cdot 10^6$: piccolissima asimmetria che genera grandissima dominanza di materia)

- continuazione espansione → T scende ulteriormente → particelle perdono E → transizione di fase rompe simmetria → generazione delle 4 interazioni fondamentali (gravitazionale, elettromagnetica, nucleare debole e forte) → quark + gluoni (+ le anti) → barioni (+ gli anti) (interesse ai nucleoni: neutroni e protoni, ma produce anche i più instabili iperoni, formati anche da quark strange, charm e bottom oltre ad Up e Down)³
- minima differenza tra quark e antiquark genera differenza tra barioni e antibarioni → rimane solo $1/10^{10}$
 n o p e nessuna antiparticella (in realtà esistono poche galassie di antimateria...)

→ entrambi di nostro interesse :
genereranno adroni (particelle composte da quark), barioni come protoni e neutroni
↓
nucleosintesi

-v non più relativistiche, densità d'energia soprattutto dovuta ai fotoni che riscaldano il gas (genera rad. di fondo!)
 - dopo alcuni minuti T scende a 10^9 K \rightarrow la materia forma nuclidi di H^2 (D) ed He \searrow

\swarrow Nucleosintesi!

La maggior parte dei p non combina \rightarrow sottoforma di H^1

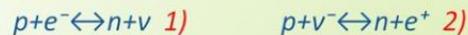
-atomi leggeri ammassati e compressi dalla loro stessa gravità \rightarrow alte T e P \rightarrow fusione termonucleare stellare⁴ \downarrow
 universo come lo conosciamo oggi \leftarrow formazione di elementi più pesanti dal Li⁷ in su

IL MODELLO (trattazione dell'articolo)

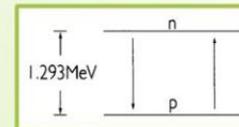
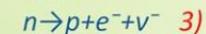
-modello di universo giovane \rightarrow punto di vista: composizione barionica come un sistema a 2 stati
trattazione semplice \rightarrow limitazione di considerazione dei barioni a n e p

rispettive masse a riposo m_0^6 : 939,57 MeV/c² e 938,27 MeV/c²
 ($1,675 \cdot 10^{-27}$ Kg e $1,673 \cdot 10^{-27}$ Kg)

n e p possono trasformarsi uno nell'altro attraverso interazione debole (tra barioni e leptoni) tramite collisioni:



un n libero (fuori da un nucleo) può decadere β in p spontaneamente: emittiva ~ 15 min \downarrow



\downarrow
 Lo stato del n è eccitato :
 $m_n > m_p$ di 1,293 MeV/c²
 (il neutrone è più massivo)

APPROSSIMAZIONI

- reazione inversa di decadimento da p a n non considerata: evento⁸ di collisione tra 3 particelle trascurabile
- leptoni ignorati oltre ad e^- , ν_e e le rispettive antiparticelle
- isotopi di H ed He ignorati per scarsa abbondanza

Si suppone che il n° di barioni N sia conservato \rightarrow lecito, poiché negli istanti successivi alla bariogenesi

$$N = N_n + N_p \quad 4) \text{ riscrivibile in frazioni } X_i = N_i/N \rightarrow X_n + X_p = 1 \quad 5)$$

OBIETTIVO

-calcolare le frazioni di massa Y di materia barionica emergenti dal Big bang, come H^1 ed He^4
 \searrow valutando X_n al momento della nucleosintesi
 N.B.: masse dei nucleoni considerate uguali nello schema di calcolo! (e massa $He = 4m$)

Nucleosintesi \rightarrow fraz. ipotetica di n $X_n \sim 1/8$, allora $\rightarrow X_p = X_n - 1 \sim 7/8$

\searrow rapporto $n/p = X_n/X_p = 1/8 \cdot 8/7 \sim 1/7 \rightarrow$ ogni 2 n, 14 p! \rightarrow su 16 nucleoni, 4 si combinano in He^4
 (i 2 n con 2 p; i restanti 12 p in H^1) \searrow

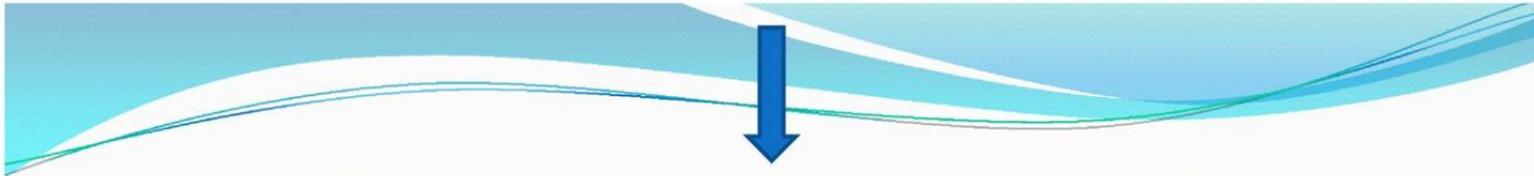
$$Y_{He} = (\#nuclei He^4)(4m) / [N_p m + N_n m] = 4(\#nuclei He^4) / N \quad 6) \searrow$$

Poiché $\#nuclei He^4 = \frac{1}{2} N_n$, allora : 6) $\rightarrow Y_{He} = 2X_n$
 $1/2 X_n (4m) / [X_p m + X_n m] = 2X_n m / [X_p + X_n] m = 2X_n \searrow \searrow$
 oppure poiché $N_i = X_i \cdot N$: $4(\frac{1}{2} N_n) / N = 4(\frac{1}{2} X_n \cdot N) / N = 2X_n$

Primordiali masse barioniche
 $\sim 4/16 = 25\%$ di He^4
 $\sim 12/16 = 75\%$ di H^1

Noto quindi X_n , le Y vengono di conseguenza ($Y(H) = [1 - Y(He)]$). Questo sopra è lo schema di calcolo che si deve seguire..
Ora si può passare a determinare X_n : \searrow

- A) Universo a t d'interesse: gas eccessivamente caldo di fotoni, $e^-, e^+, \nu, \bar{\nu}, n$ e $p \rightarrow$ raffredda espandendo
 \searrow equilibrio termico
- B) Sistema all'eq.termico \rightarrow probabilità $p(E)$ che una particella sia in uno stato ad energia $E \propto e^{-E/KT}$
 Essendo p e n a stessa T , il termine cinetico dell' E relativistica (per $E_{cin} \ll Em$) è lo stesso, quindi eliminato nell'esponenziale (approssimazione: m varia tra p ed n in $p=mv$.);
 X_n e X_p corrispondono alle p che un barione sia in stato di n o p ; $E_m(n) - E_m(p) = 1,293 MeV/c^2 \sim 1,3 MeV/c^2$



Allora: $\frac{X_n}{X_p} = e^{-\frac{1.3\text{MeV}}{KT}}$ 8) \rightarrow combinando la 8) con $X_n + X_p = 1 \rightarrow X_n = 1/[1 + e^{\frac{1.3\text{MeV}}{KT}}]$ 9)

X_n è determinato dalla T!

-questa T è determinata da leggi termodinamiche e di fisica nucleare: in tempi molto giovani, $1/KT \sim 0 \searrow$ dalla 9) risulta quindi che $X_n \sim X_p \sim 1/2$

Si ricorda che $1\text{eV} = 1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

C) Relazione T-t : $T^2 t = 1,9 \cdot 10^{20} [\text{K}^2 \text{ s}]$ 10) \rightarrow equazione che descrive l'espansione dell'universo (ottenuto tramite dati fedeli al modello: vedi appendice)

D) Espansione \rightarrow T in calo \rightarrow dalla 9) si nota che X_n cala \rightarrow X_p cresce di conseguenza : $X_p = 1 - X_n$

Evoluzione di X_n tramite eq.differenziale : $dX_n/dt = \lambda(p \rightarrow n)X_p - \lambda(n \rightarrow p)X_n$ 11)

(modelli più realistici vedono estensioni di questa includendo le altre speci nucleari)

-velocità di incremento di $X_n \propto X_p$ (n generati da p)
 -diminuzione di velocità di $X_n \propto X_n$ (n devono già esistere prima di essere convertiti in p) VEDI 1) e 2)

con $\lambda(\dots)$ = coefficienti di velocità

sono time-dependent poichè dipendenti dall' E della particella, che dipende da T, che dipende a sua volta dall'espansione, la quale è funzione del t (determinati tramite leggi dell'interazione debole e meccanica statistica)

E) Le reazioni $p \leftrightarrow n$ 1) e 2) \rightarrow guidate da collisioni tra leptoni e barioni (sovraraffreddamento)

\downarrow
 cesseranno quando l'espansione di Hubble⁹ porterà le particelle oltre la velocità di reazione per collisione \uparrow
 Determinazione della T di sovraraffreddamento (freeze-out)



Determinazione della T di sovraraffreddamento T_s delle interazioni deboli :

- si determina impostando la v di reazione e i parametri di Hubble (per la v di espansione) in termini di T e eguagliandole \rightarrow buona stima della $T \rightarrow$ tramite la 10) si otterrà il t corrispondente a questo avvenimento, che in questo modello è supposto istantaneo al raggiungimento di T_s

$T_s \approx 1 \cdot 10^{10} \text{ }^\circ\text{K}$ o $KT \approx 0,86 \text{ MeV}$ ¹⁰ \rightarrow tramite la 10) \rightarrow tempo di sovraraffreddamento $t_s \approx 1,9\text{s}$

Tramite la 9) otteniamo l'abbondanza di n : $Xn(ts) = \frac{1}{[1 + e^{(1,3\text{MeV}/0,86\text{MeV})}]}$ $\approx 0,18$ 12)

F) Dopo t_s l'unica trasformazione barionica è il decadimento radioattivo θ^- da n a p tempo di vita da tabella di n libero : $887,0 \pm 2,0 \text{ s}$ quindi $t > t_s$

La frazione di barioni che sono n dopo il sovraraffreddamento, prima però che p e n si combinino per formare

nuclei di He^4 (nucleosintesi), è : $Xn(t) = Xn(ts)e^{[-\frac{t-t_s}{887\text{s}}]}$ $\approx 0,18e^{[-\frac{t-1,9\text{s}}{887\text{s}}]}$ 13)

Nel sovraraffreddamento l'annichilimento di e^+ ed e^- genera ulteriori fotoni che scaldano il gas di fotoni e particelle cariche, senza coinvolgere i neutrini;
se solo $1/10^{10}$ di materia in eccesso sopravvive, allora l'energia dei fotoni deve essere data dal restante $1 - 1/10^{10}$ rispetto al totale iniziale \rightarrow E elettromagnetica, non più E di massa!

G) A questo punto dopo il sovraraffreddamento, il gas consiste in n radioattivi e p stabili immersi in fotoni e neutrini

Come si forma He^4 da n e p ? \rightarrow Tramite fusione!¹¹

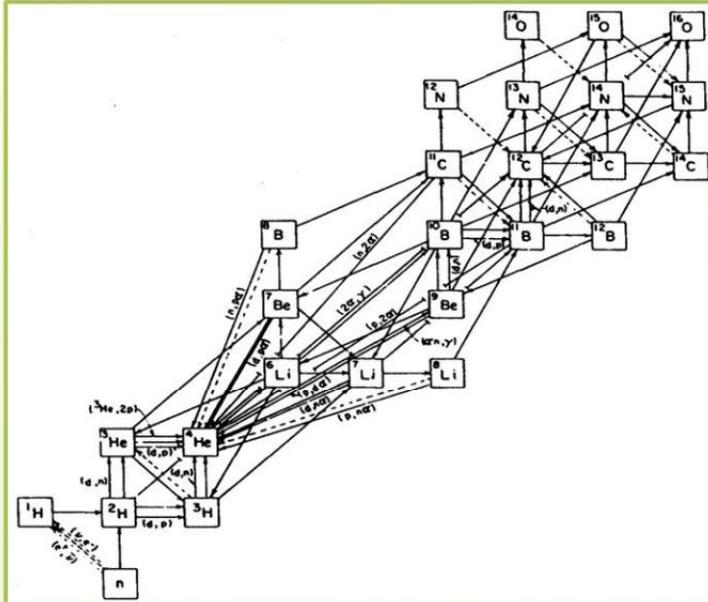
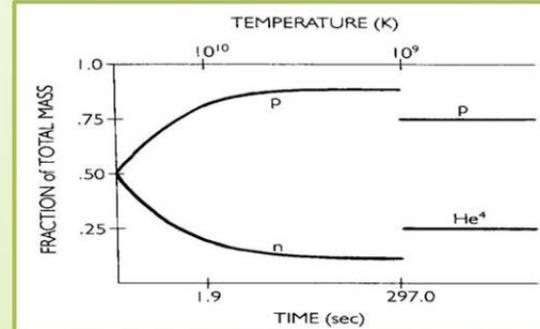
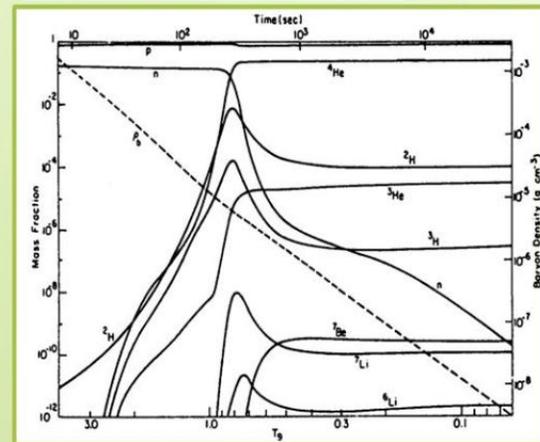


Diagramma di flusso delle reazioni nel modello reale: si nota tramite la linea che collega He⁴ a C¹² la reazione di fusione tripla-α $\text{He}^4 + \text{He}^4 + \text{He}^4 \rightarrow \text{C}^{12} + \gamma$



Questo grafico del modello è in forte contrasto con quello reale (frazione di massa barionica in funzione del tempo) ↓





Quindi dalla 13) X_n esistente al t di nucleosintesi risulta : $X_n = 0,18e^{\left[-\frac{(297s-1,9s)}{887s}\right]} \approx 0,13$ 17)

A questo punto non può avvenire più nessuna reazione che converte n a p : in un nucleo stabile $n^\circ p$ e $n = \text{costante}$

Tramite questo valore di X_n e la 7) otteniamo la frazione di massa barionica emersa dal big bang come He^4 :

$$\rightarrow Y = 2X_n = 2 \cdot 0,13 = 0,26\% \text{ in } He^4 \downarrow$$

$$\text{di conseguenza : } 1 - 0,26 = 0,74\% \text{ in } H^1$$

CONCLUSIONI :

-Questi 2 risultati sono confermati dall'osservazione della radiazione cosmica di fondo e da modelli realistici ottenuti estrapolando rapporti tra elementi come He^4/N , N/O , He^4/O prendendo dati da altre galassie;
da questi risulta $\rightarrow Y(\text{osservata}) = 0,232 \pm 0,003 \pm 0,005$ dove gli errori sono statistico e sistematico rispettivamente
 $\rightarrow Y(\text{calcolata}) : 0,235 \leq Y_c \leq 0,245$ e $0,236 \leq Y_c \leq 0,243$

-Prendendo $Y \approx 0,24$ come generoso valore osservato, ponendo massimi gli errori e comparandolo al valore del modello sviluppato in queste pagine dove $Y \approx 0,26$, ne risulta un errore dell' 8% in più;

l'errore è però dal lato che ci si aspetta, poichè si è trascurata la produzione degli altri isotopi di He, H ed elementi leggeri come Be e Li, che avrebbero abbassato la frazione di massa Y dei 2 calcolati; questo nostro valore è di fatto un limite superiore.

APPENDICE : Verso modelli più realistici

-In questi modelli bisogna tener conto di A- i leptoni in aggiunta, B- le speci nucleari coesistenti e C- la T in funzione di t

A- Gli altri leptoni sono muoni, tauoni e i rispettivi neutrini; considerando i muoni, la cui m è circa 207 volte quella dell'elettrone, quando la T scende sotto la soglia definita da $T = \frac{m_{\mu}c^2}{K} \approx 10^{12} \text{°K}$, allora il rapporto

tra v di reazione dell'interazione debole e v di espansione, è smorzato dal fattore $e^{(-\frac{m_{\mu}c^2}{KT})}$, così che $\frac{n_i \sigma_{wk}}{H} \approx \left(\frac{T}{10^{10} \text{°K}}\right) e^{(-\frac{10^{12} K}{T})}$; I muoni e i neutrini abbandonano la reazione quando questa q.tà diviene dell'ordine delle unità o $T \approx 1,3 \cdot 10^{11} \text{°K}$;

Quando una specie di leptoni carichi smette di reagire, il suo annichilimento con l'antiparticella corrispondente riscalda il gas di fotoni;

Dalla termodinamica dell'universo in quei momenti, la conservazione dell'entropia dice che negli istanti in cui elettroni e positroni smettono di reagire, la t del gas di fotoni e particelle cariche è più grande dell'intermedio gas di neutrini di un fattore $(11/4)^{1/3} \approx 1,4$ dove $11/4$ è ottenuto tramite i gradi di libertà di spin di tutte le particelle libere.

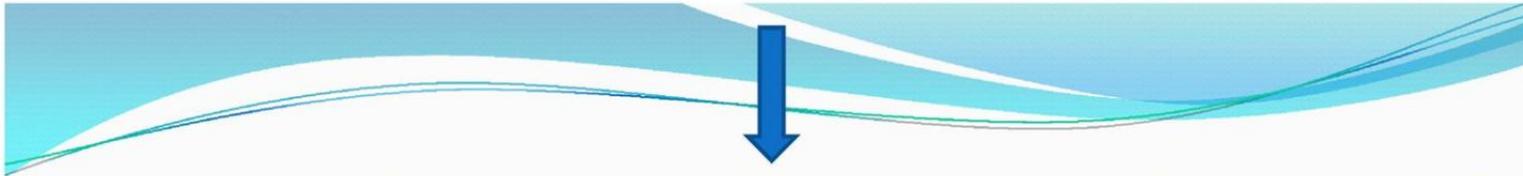
B- Ogni transizione tra speci nucleari i (p, n , isotopi di elementi leggeri) rappresenta un termine di un'equazione differenziale per le frazioni X_i , che rappresenta l'interazione tra queste, con velocità di reazione nucleare $\Lambda(i \rightarrow j)$:

$$\frac{dX_i}{dt} = -X_i \sum_j \Lambda(i \rightarrow j) + \sum_j \Lambda(j \rightarrow i) X_j, \text{ dove } \sum_j X_j = 1 \quad \text{con } \Lambda = \text{cost. cosmologica}$$

I coefficienti di velocità $\Lambda(i \rightarrow j)$ derivano da misurazioni di fisica nucleare;

Questi modelli non vedono più la nucleosintesi di $2p$ e $2n$ in He^4 come istantanea, ma vedono He e altri nuclidi coesistenti assieme a p e n liberi. Ciò è tenuto conto integrando le equazioni di coppie di v di reazione dX_i/dt





Da questi risulta che le frazioni di massa di D,T e He³ sono dell'ordine di 1·10⁻¹², 2·10⁻¹⁹ e 5·10⁻¹⁹ ;
Li⁷ invece, prodotto in q.tà di piccolissime tracce, è un test appunto per modelli di sintesi primordiale.

C- Dalla relatività speciale si sa che l'invarianza degli intervalli di spazio-tempo è $dS^2=dt^2-(dx^2+dy^2+dz^2)$ C1) ,
che vista in coordinate sferiche è $dS^2=dt^2-(dr^2+r^2d\vartheta^2+r^2\sin^2\vartheta d\Phi^2)$ C2) ;
Poiché l'universo è in espansione, la griglia di coordinate spaziali è riscaldata di continuo da alcuni fattori R(t);
inoltre poiché lo spazio non è necessariamente Euclideo, modifichiamo l'intervallo per prendere in acconto le
possibilità offerte dalla geometria non Euclidea e scrivere ciò come $dS^2=dt^2-R^2[(1-k'r^2)^{-1}dr^2+r^2d\vartheta^2+r^2\sin^2\vartheta d\Phi^2]$ C3)
dove $k'=0,\pm 1$ è il parametro di curvatura;
Con questa forma di intervallo,l'equazione di campo di Einstein della relatività generale ci dice come il fattore di
scala R(t) evolve nel tempo. Una di queste equazioni è : $(dR/dt)^2-(8\pi G/3)\rho R^2+k'=0$ C4) , dove i primi 2 termini
sono analoghi all'E cinetica e potenziale
(con ρ =densità di energia dell'universo e G =cost. gravitazionale di Newton);
L'altra equazione è $d^2R/dt^2=-(4\pi G/3)(\rho-3P)R$ C5) con P=pressione, la quale è analoga alla seconda legge di
Newton perché dice che l'espansione decelera a causa della gravità.
Nel giovane universo,tutte le particelle sono ultrarelativistiche,quindi esprimibili "come fotoni" (ad eccezione del
fatto che possiedono n° di gradi di libertà di spin g),con massa trascurabile : la densità d'energia allora è data
dalla legge di Stefan $\rho=g\sigma T^4$
In più è facile dimostrare che in quelle condizioni la T scende come $T\approx 1/R$, così che si può scrivere $R=\Lambda/T$ per
alcune costanti Λ .
Non tener conto di k' è una valida approssimazione se $k'\neq 0$;
Inserendo tutto ciò insieme, la C4) si riduce a : $RdR/dt=\mu\Lambda^2$ C6) , dove $\mu=[8\pi Gg\sigma/3c^3]^{1/2}$
integrando la C6) si ottiene : $R=[(2\mu t)^{1/2}]\Lambda$ C7);
poiché $T=\Lambda/R$, si trova che $T^2\approx 1,89\cdot 10^{20}/t$ [K²]
dove g è stata presa = 12 (2 gradi di libertà di spin ciascuno per : fotoni, elettroni, positroni, neutroni e protoni
ed 1 grado di libertà per : neutrino ed antineutrino).

- I calcoli sulla realistica nucleosintesi primordiale relativi a Y , in realtà si relazionano ad altri 3 parametri :
il n° di leptoni N_ν , la vita dei neutroni τ_n e il rapporto barioni-fotoni η ($\eta 10 = 10^{10} \eta$);

Es : $Y = 0,228 + 0,010 \ln(\eta 10) + 0,012(N_\nu - 3) + 0,185(\tau_n / 889s - 1)$

Il problema della T della nucleosintesi nel big-bang è correntemente in dibattito poiché c'è una discrepanza dell'ordine di poche parti su mille tra il valore sperimentale dell'abbondanza primordiale di He e il valore calcolato tramite questi modelli; questo problema non può essere risolto senza inserire i 3 parametri sopra elencati con valori leggermente al di sopra dei valori sperimentali (ottenuti tramite estrapolazione di dati derivanti da misurazioni di regioni extragalattiche $H\pi$, attraverso modelli di fusione stellare); solo così si potrà ottenere la stima esatta dell'abbondanza di He.

NOTE

- La differenza di massa tra questi leptoni potrebbe dipendere dall'interazione col bosone di Higgs, bosone mediatore molto pesante, con $spin=0$, portatore di forza del campo di Higgs \rightarrow darebbe massa a tutte le particelle completando il modello standard (teoria di campo quantistica derivante dalla MQ e dalla RR che descrive le particelle elementari e le interazioni fondamentali, esclusa quella gravitazionale). p. 2
- Queste particelle relativistiche vedono un moto con $v \rightarrow c$, quindi la loro massa relativistica m viene variata rispetto alla massa a riposo m_0 dal fattore di Lorentz $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, quindi per mantenere costante la forza $F=ma$, ridefinita come $F=\gamma m_0 a$, siccome $m \rightarrow \infty$, l'accelerazione deve essere nulla \rightarrow inerzia non più legata a massa, ma all'energia (poichè è la cinetica, quindi energia, a far crescere γ);
 Particelle come neutrini o fotoni, con $m_0 \sim 1/10^3 m$ elettrone, hanno $E=pc$ (tutta cinetica) $\quad * \beta=v/c$
Impulso relativistico: $p^\mu = \gamma m_0 v^\mu = m \frac{dx^\mu}{dt} = \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} = m_0 \gamma \beta c \xrightarrow{\beta \rightarrow 0} m_0 v$ dove μ indica lo spazio-tempo dx, dy, dz, cdt
 se $E_k \ll E_m$ allora:

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} = mc^2 \sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2 c^2}} \sim mc^2 \left(1 + \frac{p^2}{2m^2 c^2}\right) = mc^2 + \frac{p^2}{2m} \rightarrow \text{termine classico}$$
termine di energia a riposo relativistica \leftarrow
 se $E_k \gg E_m$ allora:

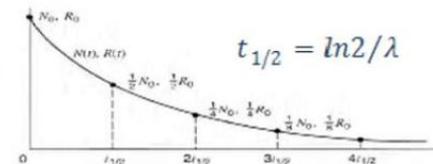
$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} = pc \sqrt{1 + \frac{m^2 c^2}{p^2}} \sim pc \left(1 + \frac{m^2 c^2}{2p^2}\right) = pc \quad \text{l'energia è } \propto \text{ all'impulso!}$$
 p.2
- Almeno il 90% della materia è oscura, ovvero genera effetti di campo gravitazionale, ma non emette radiazione elettromagnetica (formata da materia barionica e non barionica) p.2
- Trattazione della fusione termonucleare nelle stelle al punto 11. p.3

5. -I barioni sono particelle subatomiche pesanti, protoni neutroni e iperoni. Sono fermioni (rispondono alla statistica di Fermi-Dirac, poichè con spin non intero : particelle distinguibili e non scambiabili tra loro, come gli elettroni, poichè altrimenti si violerebbe l'esclusione di Pauli dove 2 particelle non possono esistere contemporaneamente nello stesso stato quantico), obbediscono all'interazione forte; assieme ai mesoni appartengono agli adroni, particelle composte da quark (i barioni da 3: p 2 UP e 1 DOWN, n 1 UP e 2 DOWN; i mesoni da 1 quark e 1 antiquark)
 -I mesoni sono bosoni (rispondono alla statistica di Bose-Einstein, poichè con spin intero : particelle indistinguibili come nei gas) p.3

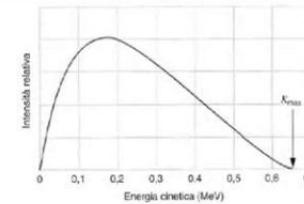
6. -Il concetto di massa a riposo m_0 è relativistico: siccome la massa m dipende dalla velocità poichè aumentata dal fattore γ di Lorentz ($\gamma \rightarrow \infty$ per $v \rightarrow c$), se la $v=0$ allora $\gamma \rightarrow 1$ e la massa è solo massa a riposo, coincidente con la massa classica gravitazionale e non la massa relativistica inerziale.
 La m_0 è \propto all'energia della particella se dall'energia relativistica $E = \gamma m_0 c^2 + p^2/2m$ si elimina il termine cinetico , poichè risulta $E = m_0 c^2 \rightarrow m_0 = E/c^2 \rightarrow$ si può passare da massa a energia (fissione e fusione) e viceversa!
 $\Delta E = \Delta m_0 c^2$ p.3

7. -Il decadimento radioattivo avviene per radionuclidi (nuclidi instabili) oltre a particelle come in questo caso il neutrone; è la tendenza ad una ridistribuzione energetica più stabile.
 Avviene statisticamente: se N è il n° di nuclei, allora la variazione temporale $-dN/dt = \lambda N$ (\propto ad N stesso), dove λ è la costante di decadimento caratteristica, si integra in $N = N_0 e^{-\lambda t}$ dove N_0 è il n° a $t=0$

La diminuzione segue quindi una legge esponenziale negativa del tipo \rightarrow
 La frequenza di decadimento $R = \lambda N = R_0 e^{-\lambda t}$ con $R_0 = \lambda N_0$ (freq.dec. A $t=0$)
 L'emitiva o tempo di dimezzamento $t_{1/2}$ è il t in cui R e N sono la metà



-Nel decadimento β^- l' e^- emesso ha una distribuzione di E_{cinetica} del tipo \sphericalangle
 Lo spettro vede una distribuzione di E da 0 a K_{max} \rightarrow la restante E non è persa nel processo, ma va all'antineutrino: la somma delle 2 fornisce il valore costante dell' E di decadimento.



-Tramite lo studio dei decadimenti α (decadimento di un nuclide tramite emissione di una particella α , nucleo di He^4 , dopo il superamento di una barriera di potenziale per effetto tunnel; l' E di disintegrazione Q è la differenza di E a riposo tra stato iniziale e finale \rightarrow E_{cinetica} di tutti i prodotti) e β , si può ricostruire una mappatura 3D della stabilità, la valle dei nuclidi.

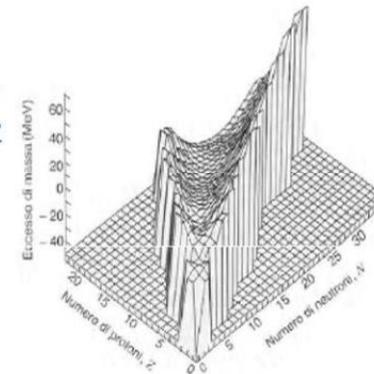


FIGURA 50.11 Vista parziale della «valle dei nuclidi», limitata ai nuclidi più leggeri. Le altezze sono proporzionali all'eccesso di massa, definito come $(m - A)c^2$, ove m è la massa atomica in unità u .

La zona di stabilità è sul fondo:

nuclidi pesanti decadono per fissione spontanea

e per decadimenti α a catena; nuclidi leggeri sul versante ricco in protoni Z

decadono β^+ , quelli sul versante ricco in neutroni N decadono β^-

La coordinata z è l' eccesso di massa Δmc^2

p.3

8. -Un evento è un oggetto matematico che va associato ad un preciso SRI, ed ha coordinate nello spazio-tempo (cdt, dx, dy e dz)

p.3

9. -Scoperta nel '29, afferma che c'è relazione lineare tra redshift (spostamento di lunghezze d'onda λ , emesse in un SRI in allontanamento rispetto al SRI di osservazione del fenomeno, verso E inferiori → effetto Doppler) della radiazione elettromagnetica emessa dalle galassie e la loro distanza d ;
 Tanto è maggiore la d della galassia, tanto è maggiore il suo redshift $z \rightarrow z = H_0 d/c$
 con $H_0 =$ costante di Hubble ≈ 74 Km/s per Megaparsec (unità di lunghezza : parallasse di un secondo d'arco)
 $1pc \approx 3,26$ anni luce $\approx 3,086 \cdot 10^{16}$ Km
 La velocità di recessione $v = H_0 d$ dice che maggiore è la d tra galassie, maggiore è la v di allontanamento reciproco (c'è accelerazione, poichè diminuisce l'attrazione gravitazionale $\propto 1/d^2$) → questa relazione coincide con la precedente empirica quando il redshift z è $\propto a v$, ovvero $z=v/c \rightarrow$ legame lineare solo per $z \ll 1$
 → conferma delle equazioni di Einstein che vedono un universo omogeneo, isotropo e in espansione p.5

10. -Questo risultato è ottenuto tramite meccanica statistica. La v delle reazioni 1) e 2) è il prodotto della densità di leptoni n_l con la quale i barioni collidono e la sezione trasversale dell'interazione debole σ_{wk} (superficie ideale che determina la probabilità di reazione in una collisione tra particelle, appunto entro certe distanze);
 Per questi fermioni di massa m , la densità $n_l(p)$ di particelle con momento magnetico nell'intervallo tra p e $p+dp$
 è: $n_l(p)dp = \pi^{-2} p^2 dp \left[1 + e^{\frac{(p^2+m^2)^{\frac{1}{2}}}{KT}} \right]^{-1}$ Essendo le particelle molto relativistiche in quei momenti di vita dell'universo, le masse sono trascurabili, quindi integrando la precedente su tutti i momenti, risulta che (in regime relativistico) $n_l \approx (KT)^3$
 σ_{wk} è $\propto G_f^2 q^2$, dove q^2 è il quadrimento al quadrato dell'imminente leptone in arrivo e G_f è la costante di accoppiamento di Fermi $G_f = 10^{-5} GeV^{-2}$
 In termini di T $\sigma_{wk} \approx G_f^2 (KT)^2$, così che la v di reazione risulta $n_l \sigma_{wk} \approx G_f^2 (KT)^5$
 Il parametro di Hubble $H = (dR/dt)/R$ (dove R è il fattore di scala cosmica) scritto in termini di T , utilizzando la 4),

tralasciando il parametro di curvatura k' e utilizzando una densità di energia data dalla legge di Stefan $\rho = g\sigma T^4$ (dove g sono i gradi di libertà di spin e σ è la costante di stefan $\sigma = 2,835 \cdot 10^{-8} \text{ [W/m}^2\text{K}^4\text{)]}$, risulta essere $H \approx G^{0.5}(KT)^2$, dove G è la costante gravitazionale di Newton $G \approx 10^{-38} \text{ GeV}^2$
 Eguagliando v d'espansione a v di reazione si ottiene: $KT \approx 0,86 \text{ Mev}$ o $T \approx 1 \cdot 10^{10} \text{ K}$

p.6

11. -La fusione termonucleare è un processo dove nuclei leggeri si combinano formando nuclei di massa maggiore, con conseguente liberazione di E . Questo processo è ostacolato dalla reciproca repulsione elettrostatica dovuta alla barriera coulombiana dei nuclei, che impedisce ad entrambi di entrare nel campo d'azione delle forze attrattive nucleari forti : è una barriera di potenziale!

L'E cinetica necessaria a far sì che l'urto sia efficace, proviene dall'agitazione termica: bisogna quindi avere T elevate (per questo si dice termonucleare..) per attivare il processo \rightarrow stelle o universo giovane!

ES : l'E da superare per 2 deuteroni è di 200 KeV; l'E cinetica media $\langle k \rangle$ di una particella in equilibrio ad una certa T vale $\langle k \rangle = 3/2KT \rightarrow$ per $T=300 \text{ K}$, $\langle k \rangle = 0,004 \text{ eV}$ troppo piccola! Perfino nel sole, per $T=1,5 \cdot 10^7$ $\langle k \rangle = 1,9 \text{ KeV}$.. eppure la fusione termonucleare nel sole avviene..! Questo perché $\langle k \rangle$ è solo una media, infatti vi sono particelle con $E \gg \langle k \rangle$, costituenti le code ad alta E del seguente grafico di distribuzione Maxwelliana; inoltre i valori delle barriere sono valori di punta: la perforazione di queste può avvenire per valori molto inferiori rispetto a questi picchi (effetto tunnel).

Nel caso della fusione tra 2 p, con $k=6 \text{ KeV}$ la probabilità di penetrazione della barriera è $p=2,4 \cdot 10^{-5}$ ovvero 1 incontro su 42000 tentativi; la massima prob. di fusione è appunto intorno ai 6 KeV, dove vi è il compromesso migliore tra $n(k)$ e $p(k)$, poiché con E superiori è più facile la penetrazione, ma vi sono troppi pochi p con tali E , mentre a minori E vi sono molti p utili, ma la barriera diviene praticamente insormontabile!

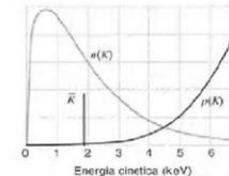


FIGURA 51.3 La curva $n(k)$ mostra la distribuzione, in funzione dell'energia, dei protoni nel nocciolo centrale del Sole, corrispondente a una temperatura di $1,5 \cdot 10^7 \text{ K}$. La linea verticale segna l'energia cinetica media per particella a tale temperatura. La curva $p(k)$ dà la probabilità di penetrazione della barriera nelle collisioni protone-protone. Le scale delle due curve sono arbitrarie e differenti fra loro.

$n(k)$: distribuzione di E
 $p(k)$: probabilità di penetrazione

Queste barriere di potenziale vedono un coefficiente di trasmissione $T = 16E/U_0(1 - \frac{E}{U_0})e^{-2k'L}$ valido per barriere in cui $T \ll 1$

dove k' è il n° d'onda della particella vista come onda di materia, E l'energia della particella, U_0 l'energia potenziale della barriera (altezza) ed L lo spessore.

T è molto sensibile ad L e a k' , che a sua volta dipende da m e dall'altezza.

$$k' = \frac{2\pi\sqrt{2m(U_0 - E)}}{h}$$

-Nelle stelle la fusione termonucleare avviene poiché si genera un'elevata T grazie all'attrazione gravitazionale che comprime il plasma scaldandolo. Una stella è all'equilibrio tra P interna (dovuta al plasma) e P esterna (dovuta alla gravità); L'evoluzione stellare segue vari cicli (fusione di H, He, C, N, O, ... : nuclei coinvolti via via più pesanti \rightarrow minor E di legame E_b per nucleone) dove alla fine di un ciclo la stella tende a collassare, poiché vince la gravità sull'espansione del plasma, ma a quel punto avviene un nuovo riscaldamento e riprende la fusione dell'elemento successivo; la durata di ogni ciclo è sempre inferiore al precedente (meno nuclidi).

L'arresto si ha arrivando al Fe, uno tra i nuclei più legati, dove la fusione è endotermica; le fini possibili variano in base alle dimensioni della stella (e quindi alla forza gravitazionale della sua massa): Nana bianca o Supernova, che si spegne in una stella di neutroni (pulsar \rightarrow da radiazione emessa pulsante) o in un buco nero.

-Le emissioni stellari dovute a questi processi, ci forniscono informazioni quali la loro T e le loro dimensioni; La potenza emessa è data dalla legge di Stefan $F = \sigma T^4$ (dà la dipendenza dell'emissione dalla T : raddoppiando la T , la potenza è incrementata di un fattore 16!) con $\sigma = \text{Cost. di Stefan}$

La massima intensità spettrale è data dalla legge dello spostamento di Wien $\lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{Cost.}$, dove il massimo corrisponde all'emissione di corpo nero, poiché la radiazione collide moltissime volte all'interno del nucleo della stella, divenendo uniforme: in base al colore della stella si può capire la sua T ! (Es: azzurre più calde di rosse);

La T della stella si ottiene quindi misurando la lunghezza d'onda corrispondente alla maggiore intensità;

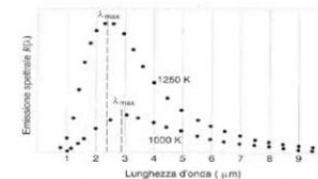


FIGURA 45.1 (Risultati di una misura di potere emissivo spettrale per diversi valori di lunghezza d'onda a due temperature differenti. Al crescere della temperatura il valore di picco λ_{max} si sposta verso lunghezze d'onda minori.

Le dimensioni della stella, nota la distanza d , si ottengono tramite la luminosità apparente I che fornisce quella assoluta $L = I/4\pi d^2$; poiché $L = S F$ dove S è la superficie stellare $= 4\pi r^2$, tramite la legge di Stefan si calcola F .
 -La fusione termonucleare viene anche generata dall'uomo nei Tokamac, macchine con confinamento magnetico toroidale di plasma (reazione molto instabile con difficile guadagno energetico rispetto a quello speso per innescare il processo e per mantenerlo attivo: durata di pochi secondi, ma si spera di arrivare a qualche minuto raggiungendo la T d'ignizione, che automanterrà il processo in funzione), oppure tramite confinamento inerziale innescato da potenti laser (il laser scalda la superficie di piccole sferette di trizio, le quali esplodono gli strati esterni come piccolissime bombe H; la reazione di fusione interna è dovuta alla compressione della stessa sferetta dovuta all'inerzia delle particelle che "schizzano via").

p.6

12. -Il deuterone vede l'interazione forte tra un p e un n con energia di legame E_b comprendente l'interazione forte, l'interazione Coulombiana (con e^-) e l'energia cinetica dei 2 nucleoni attorno al centro di massa;
 Per il principio di conservazione, l' E necessaria a separare il nucleo è: $m_D c^2 + E_b = m_n c^2 + m_p c^2$
 Se si somma l' E di massa di un e^- $m_e c^2$ ai 2 membri $\rightarrow (m_D + m_e) c^2 + E_b = m_n c^2 + (m_p + m_e) c^2$,
 ovvero: $m(H^2) c^2 + E_b = m_n c^2 + (H^1) c^2$, con masse di H e D = masse atomiche, si ottiene la seguente:
 $E_b = [m_n + m(H^1) - m(H^2)] c^2 = \Delta m c^2$; l'utilizzo delle masse atomiche è più comodo, poiché indicate nelle tabelle comuni: $m_n = 1,008665\mu$; $m(H^1) = 1,007825\mu$; $m(H^2) = 2,014102\mu \rightarrow \Delta m = 0,002388\mu$
 siccome $c^2 = 931 \text{ MeV}/\mu$ si ottiene: $E_b = (0,002388\mu) \cdot (931,5 \text{ MeV}/\mu) = 2,224 \text{ MeV}$

p.7

13. -Questo risultato è ottenuto tramite meccanica statistica. La densità n_i di nuclei con carica Z_i , massa m_i e n° di barioni A_i , sono i fattori che rientrano nell'approssimazione di Boltzmann non relativistica seguente:
 $n_i = g_i (m_i K T / 2\pi)^{3/2} e^{[\frac{\mu_i m_i}{K T}]}$, dove g_i conta il n° di gradi di libertà di spin.
 Il potenziale chimico μ delle varie speci i può essere eliminato nel caso di p e n liberi (come in questo), riottenendo un'equazione simile alla precedente, che fornisca i contributi delle frazioni di massa X_i fornite dalle vari speci nucleari i : $X_i = n_i A_i / n_N$, dove n_N è la densità di tutti i barioni.

19

Dopo un po' di algebra si ottiene : $X_i = 1/2 X_p^{z_i} X_n^{A_i} g_i A_i^{1/2} [\xi(T)]^{A_i-1} e^{B_i/KT}$,
dove B_i è l'energia di legame E_b dei nucleoni i e $\xi(T) = 4\pi^3 n_N (2\pi m_N K T)^{-3/2}$, la quale è molto piccola nel
giovane universo, poichè T molto grande. La frazione di masse diviene apprezzabile quando la T scende a valori
sufficientemente bassi da far diventare i fattori dipendenti da T nella prima equazione, dell'ordine delle unità,
ovvero quando $T \approx B_i / [K(A_i - 1) |\ln \xi(T)|]$; da qui : $\rightarrow T \approx 0,8 \cdot 10^9 \text{ }^\circ\text{K}$ p.7

APPROFONDIMENTI

Siccome nel modello sono state trattate particelle relativistiche, dove cioè si notano le proprietà della meccanica relativistica, che divergono dalla tendenza alle proprietà della meccanica classica (poiché le v in gioco non sono più trascurabili rispetto a quella della luce c), è giusto fare alcuni cenni sulla relatività ristretta; Inoltre poiché queste particelle prendono parte alla fusione nucleare e durante la nucleosintesi vi sono varie trasformazioni tra nuclidi, è giusto anche fare alcuni cenni sulle proprietà descritte dalla fisica del nucleo.

CENNI SULLA RELATIVITA RISTRETTA O SPECIALE

Nasce tutto dagli studi di Einstein sulla velocità di propagazione dei fenomeni elettromagnetici descritti dall'elettromagnetismo (unificato da Maxwell) dove la luce, perturbazione elettromagnetica (campi \mathbf{E} e \mathbf{B} non conservativi, ma variabili \rightarrow non legati a cariche o correnti), ha la v di 300000 km/s nel vuoto (nei mezzi vale c/n , con $c=1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ e n =indice di rifrazione).

Ma in quale sistema di riferimento? non viene specificato..

Si crede che la luce (descrivibile anche sottoforma di particella, i fotoni) abbia bisogno di un mezzo per propagarsi, nel quale la sua v valga c : questo è l'etere luminifero.

Questo etere deve però essere fermo rispetto a qualche SRI.. dal momento però che dopo vari esperimenti (Michelson e Morley con la v della luce relativa rispetto alla terra) si determina che la luce ha v che vale sempre c in tutti i SRI nei quali la si misura, cadranno la relatività Galileiana e le sue trasformate (dove le v si sommano tra SRI differenti e dove si dà per scontato che il t scorra in maniera identica sempre tra questi) :

L'etere luminifero può allora essere trasportato dalla materia e quindi essere fermo rispetto ad essa?

No! Viene dimostrato che l'etere non è trasportato (Fizeau con la v relativa rispetto ad un flusso d'acqua opposto ad un altro, l'aberrazione stellare,..) e nemmeno esiste.

c sembra la v massima raggiungibile in natura!





Allora bisogna riformulare l'elettromagnetismo (il quale si scoprirà in seguito che è già involontariamente una teoria relativistica) perché le eq. di Maxwell valgono solo in un preciso SRI, l'etere, o la meccanica classica Newtoniana perché c non può essere sommata a nessuna velocità di un SRI: al contrario della logica comune, anche se la MC ha funzionato perfettamente ed è quindi stata testata per 200 anni, dovrà essere riscritta questa (verrà in seguito anche perso il principio di conservazione delle masse di Lavoisier: scaldando la materia, aumentando la velocità delle particelle la massa aumenta e durante le reazioni chimiche o nucleari, la massa o l'energia non sono conservate!).

Anche se ciò è controintuitivo, lo è per il fatto che nella nostra esperienza quotidiana non abbiamo a che fare con v che tendono a c , quindi la meccanica relativistica tende alla classica, la quale approssima molto bene i fenomeni;

Non è detto che ciò che sembra controintuitivo non sia reale: un'altra dimostrazione ci è data dalla meccanica quantistica (non abbiamo esperienza di dimensioni così piccole e di prodotti di energia e tempi dell'ordine della costante di Planck h), dove la materia è vista come un'onda che trasporta Energia, con proprietà come interferenza, effetto tunnel, indeterminazione di impulso e posizione, salti quantici ed energia di punto zero! Infatti nella nostra vita c'è corrispondenza tra la MQ e la MC: proprio come tra RR e MC..

L'intuizione non è quindi lo strumento giusto per affrontare certi fenomeni, anzi..

Chi non viene stupito da queste teorie fortemente controintuitive, forse non ne ha capito l'essenza.

Da qui in poi cadranno il concetto di spazio (contrazione delle L), di tempo (dilatazione dei t), di simultaneità (relatività della simultaneità: 2 eventi nello spazio a 4 dimensioni $dx-dy-dz-cdt$ simultanei in un SRI, non lo sono più in un altro in moto rispetto al primo), di impulso, massa, velocità, accelerazione, energia ed inerzia, per prendere piede il concetto di spazio-tempo.

Si ricorda che un SRI è un sistema di coordinate dove un corpo in quiete o moto, non varia di stato senza che agiscano forze su esso; classicamente l'inerzia è legata alla massa (è la proprietà dei corpi che determina l'opposizione alle variazioni di stato di quiete o moto), mentre relativisticamente l'inerzia è legata all'energia di un corpo (anche perché la massa varia in base alla velocità e tende all'infinito al tendere di v a c).

Equazioni di Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0 \quad 1) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad 2) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\delta \mathbf{B} / \delta t \quad 3) \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \delta \mathbf{E} / \delta t + \mu_0 \mathbf{j} \quad 4)$$

La 1) e la 4) dicono che esistono cariche e correnti elettriche, la 2) e la 3) dicono che non esistono cariche o correnti magnetiche. Qui elettrostatica e magnetostatica si ignorano, poiché \mathbf{E} e \mathbf{B} sono legati dalla presenza di cariche libere (da ρ e \mathbf{j}); nelle onde invece, essendoci la derivata rispetto a t , c'è variazione temporale e i 2 campi elettrico e magnetico sono concatenati: uno dipende dall'altro! Nel vuoto:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad 1) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad 2) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\delta \mathbf{B} / \delta t \quad 3) \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \delta \mathbf{E} / \delta t \quad 4)$$

Qui le proprietà sono simmetriche : non ci sono correnti o cariche (le cariche generano solo l'onda) e un campo variabile genera un campo non conservativo.

Queste onde elettromagnetiche come già detto viaggiano alla velocità della luce nel vuoto e la luce è di fatto un'onda elettromagnetica; ha però una doppia natura di onda o particella e ciò può essere messo in evidenza in base all'esperimento che si effettua. Se vista come particella prende il nome di fotone(quanto di luce).

I fotoni sono i mediatori dell'interazione elettromagnetica con d di interazione ∞ , ovvero particelle che venendo emesse e riassorbite dalle particelle interagenti, scambiano energia trasportandola; Sono bosoni, con $spin=1$ tranne i gravitoni, con $spin=2$;

Gli altri mediatori delle interazioni fondamentali sono:

-interazione forte \rightarrow gluoni $\rightarrow 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ m (fm)}$

-interazione debole \rightarrow bosoni $W^+, W^-, Z \rightarrow 10^{-18} \text{ m}$

-interazione elettromagnetica \rightarrow fotoni $\rightarrow \infty$

-interazione gravitazionale \rightarrow gravitoni $\rightarrow \infty$

-quinta forza unificatrice, intensa come la gravitazionale e con interazione ∞ ..??

Si è detto che la scoperta sconvolgente di questa nuova teoria relativistica è che la v della luce c non può essere superata: è la massima v possibile in natura per lo scambio di informazioni;

Grazie a ciò è salvo il principio di Causalità, ovvero che la conseguenza di un evento non può verificarsi prima dell'avvenimento stesso: l'effetto di una causa non può avere $v > c$ (passato e futuro sono connessi causalmente



esclusivamente attraverso il presente), altrimenti osservatori lontani potrebbero vedere prima la conseguenza rispetto all'arrivo del segnale di ciò che l'ha causata..

Questo limite nella v della luce genera anche un orizzonte degli eventi: parti così lontane dell'universo dopo la sua rapida espansione, non hanno fatto ancora in tempo a farci arrivare proprie informazioni: quindi da una certa distanza in poi di circa 13,7 miliardi di anni luce, l'universo è a noi sconosciuto e se la sua espansione fosse così rapida, potrebbe essere che le sue informazioni (o la sua luce) non ci arrivino mai;

La stima è che se l'orizzonte cosmologico fosse del diametro di una moneta, il resto dell'universo a noi sconosciuto sarebbe grande quanto la terra.. questo a causa della teoria inflazionaria, la quale prevede che in 10^{-32} s le dimensioni siano aumentate di 10^{30} volte.

Teorie moderne però ammettono la possibilità che vi siano alcune particelle superluminali (ovvero che abbiano $v > c$), i Tachioni: questi sarebbero i quanti (particelle mediatrici) di un campo nella teoria quantistica dei campi.

Sono particelle con quadrimpulso di tipo spazio, che per esistere nel grafico Energia-Impulso, non possono mai scendere sotto la soglia c (non sono però determinabili con strumentazioni ordinarie, almeno per ora..);

Questa loro caratteristica deriva dal fatto che avendo massa m_0 immaginaria, la v aumenta al diminuire della loro energia, poiché la loro m al quadrato è negativa.

Poiché $E = mc^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$, per mantenere E reale essendo m immaginaria, allora il denominatore deve essere anche immaginario, ma per essere immaginario l'argomento della radice deve essere negativo; per esserlo v deve necessariamente essere $> c$.

Queste particelle potrebbero violare la causalità e così passato e futuro si confonderebbero attraverso l'orizzonte degli eventi (che non esisterebbe più: si finisce in una zona dello spazio-tempo detta "altrove").

Ritornando alla relatività ristretta, ci sono 2 postulati:

1°-principio di relatività: tutte le leggi fisiche sono le stesse in tutti i SRI

2°-invarianza della v della luce c : la v della luce nel vuoto ha lo stesso valore in tutti i SRI, indipendentemente dalla v dell'osservatore o dalla v della sorgente di luce

Nasce tutto dal fatto che Einstein si accorse che eventi simultanei in un SRI non lo sono in un altro:



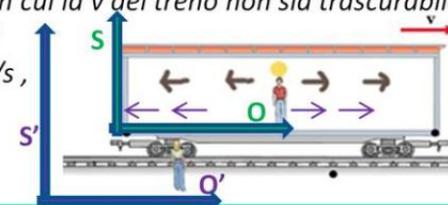
quindi se a c non si può sommare o sottrarre la v del SRI (il sistema deve essere inerziale per forza, perché se fosse accelerato, nuove forze apparirebbero nel sistema, che farebbero capire all'osservatore interno di essere in moto rispetto ad un altro sistema e le trasformazioni tra SR non varrebbero più), poiché $v=dx/dt$, spazio e tempo devono per forza essere diversi da come ci sembra di conoscerli e le loro definizioni devono essere cambiate..

E' la relatività della simultaneità!

L'esempio classico è quello di un osservatore O al centro del vagone di un treno, visto come SRI S , che viaggia a velocità v costante; l'evento è quello dell'impulso luminoso derivante dall'accensione di una lampadina al centro del vagone, sopra la testa di O ; O vedrà quindi la luce arrivare sulle 2 pareti di fondo opposte allo stesso istante e se ci fosse una fotocellula che possa ricevere l'impulso e aprire la porta a fondo vagone su ciascuna estremità, vedrebbe l'apertura come simultanea, poiché lo spazio percorso è lo stesso per le 2 pareti = $L/2$ se L è la lunghezza dell'intero vagone.

Un osservatore O' posto in stazione vicino ai binari, visti come SRI S' fermo rispetto ad S , all'accensione della lampadina vedrebbe la luce arrivare prima verso la parete che gli va incontro (poiché al tempo che la luce impiega ad arrivare alla parete = $L/2c$, va sottratto il tempo che impiega la parete ad arrivare verso la luce con la sua v) e dopo verso la parete che si allontana (caso analogo, ma il tempo della parete stavolta va sommato): vedrebbe quindi i 2 eventi di apertura con un certo intervallo di tempo Δt , ovvero vedrebbe aprirsi prima la parete di fondo e poi quella davanti.. questo è totalmente controintuitivo, infatti ci si aspetterebbe che l'apertura sia la stessa sia per O che per O' nei rispettivi SRI S ed S' . Questa è una conseguenza del fatto che c ha sempre lo stesso valore nei 2 SRI (se a c si potessero sottrarre o sommare la v del treno, anche per O' l'evento di apertura sarebbe simultaneo..); quest'effetto ovviamente lo si potrebbe verificare solo nel caso in cui la v del treno non sia trascurabile rispetto a quella della luce c , cosa impossibile, poiché come si vedrà più avanti l'intervallo tra i tempi deve essere corretto da un fattore γ ; se v valesse 300 m/s, circa la v del suono, la variazione osservabile sarebbe dell'ordine di un decimo di milionesimo (totalmente trascurabile)!

Quindi la coordinata temporale di un evento dipende dal riferimento.



Questa fondamentale scoperta fa passare dalle trasformate di Galilei TdG alle trasformate di Lorentz TdL:

TdG :

$$x' = x - ut$$

$$t' = t$$

$$y' = y; \quad z' = z$$

$$\gamma' = u + \gamma$$

TdL :

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\gamma' = \frac{u + \gamma}{1 + u\gamma/c^2}$$

$$y' = y; \quad z' = z$$

In relatività
si parla di
spazio-tempo

$v' = x'/t'$ in entrambe le trasformate

Per semplicità viene preso il moto solo lungo l'asse x, con u =velocità del sistema di riferimento inerziale in moto S' e v è una velocità che si può sommare in quel dato SRI se il fenomeno osservato fosse in moto (es. v lampadina)

Da v' si può notare che se v fosse uguale a c , anche v' risulterebbe uguale a c : questa è la dimostrazione che la velocità della luce vale sempre c!

$$v' = \frac{(u + v)}{1 + (uv/c^2)} \quad v \rightarrow c \quad v' = \frac{(u + c)}{1 + \frac{uc}{c^2}} = \frac{(u + c)}{1 + \frac{u}{c}} = \frac{c(u + c)}{(u + c)} = c$$

Inoltre si può dimostrare anche che c è insuperabile, poichè se in γ si ponesse $v > c$, con $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} > 1$, l'argomento della radice risulterebbe < 0 , quindi impossibile!

Le coordinate spazio-temporali diverrebbero immaginarie!

Le TdL sono il rapporto tra le coordinate degli eventi nei 2 sistemi (tempo e spazio vengono modificati);

La relazione fondamentale è l'invarianza del quadrintervallo spazio-temporale tra 2 eventi rispetto a trasformazioni di coordinate tra 2 SRI:

$\Delta S^2 = \Delta S'^2 \rightarrow c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$, che prendendo per semplicità solo lungo x risulta :

$c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2$ dove sostituendo :

$$c^2[\gamma^2(\Delta t^2 + u^2 \Delta x^2 / c^4 + 2u \Delta t \Delta x / c^2)] - \gamma^2(\Delta x^2 + u^2 \Delta t^2 + 2u \Delta x \Delta t) \rightarrow c^2 \gamma^2 \Delta t^2 + \gamma^2 u^2 \Delta x^2 / c^2 + \gamma^2 2u \Delta t \Delta x - \gamma^2 \Delta x^2 - \gamma^2 u^2 \Delta t^2 - \gamma^2 2u \Delta x \Delta t \rightarrow$$

$$\rightarrow \gamma^2 \Delta t^2 (c^2 - u^2) + \gamma^2 \Delta x^2 (u^2/c^2 - 1) = \gamma^2 \Delta t^2 (c^2 - u^2) - \gamma^2 \Delta x^2 (1 - u^2/c^2) \rightarrow \Delta t^2 (c^2/c^2 - u^2)(c^2 - u^2) + (1/1 - u^2/c^2) \Delta x^2 = c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2$$

Le TdL riscritte per gli intervalli $\Delta X = X_1 - X_2$ e $\Delta t = t_1 - t_2$ risultano:

$$\Delta x' = \gamma (\Delta x + u \Delta t)$$

$$\Delta t' = \gamma (\Delta t + u \Delta x / c^2)$$

Lorentz però, maestro di Einstein, riconobbe la validità della relatività (per la quale aveva scritto queste trasformazioni), ma pensò sempre che il t è uno solo e quello che compare qui è una sorta di tempo locale, buono per le applicazioni, ma non reale.

Osservando le TdL si nota che nel limite di piccole v , quindi facendo il limite per $v/c \rightarrow 0$, le TdL \rightarrow TdG!

Se però si osservasse per distanze x enormi, anche a piccole v la simultaneità rimane relativa..

Da qui nascono delle importanti conseguenze, già accennate in precedenza:

CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE :

Perdita della nozione di spazio-La distanza varia in base alla v del sistema di riferimento nel quale la si misura.

Un metro campione di lunghezza L_0 a riposo viene visto di lunghezza $L' = L_0 / \gamma$ (accorciato) da un osservatore che si muove con velocità u lungo la direzione di L . (Se la velocità relativa è ortogonale a L non c'è differenza..)

Il problema si può porre come:

se $\Delta x = L_0$ per $\Delta t = 0$ quanto è $\Delta x' = L$ per $\Delta t' = 0$?

$$\Delta t' = 0 \rightarrow \Delta t = -u \Delta x / c^2 \rightarrow \Delta x' = \gamma (\Delta x - u^2 \Delta x / c^2) = \gamma \Delta x / \gamma^2 = \Delta x / \gamma \quad \text{Quindi: } L' = L_0 / \gamma < L \rightarrow L = \sqrt{1 - u^2 / c^2} \cdot L_0$$

DILATAZIONE DEI TEMPI :

Perdita della nozione di tempo-Il tempo varia in base alla v del sistema di riferimento nel quale lo si misura.

Supponiamo di avere un orologio fisso in x ($\Delta x = 0$) che scandisce dei tic-tac Δt : se poniamo $\Delta x = 0$ nell'equazione di $\Delta t'$, allora $\rightarrow \Delta t' = \gamma \Delta t$, poichè $t_1' = \gamma t_1$ e $t_2' = \gamma t_2 \rightarrow$ I tempi dipendono dall'osservatore

Tramite queste si mette in evidenza il principio di CAUSALITA':

Se $\Delta t = 0$ con Δx diverso da zero (due eventi simultanei in punti distinti) allora $\Delta t' = \gamma u \Delta x / c^2$ è diverso da zero!!

Il segno di Δt e di $\Delta t'$ può essere opposto in due sistemi differenti (sempre con Δx diverso da zero). Ovvero due osservatori diversi possono vedere una differente successione dei due eventi. Ma solo se $c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 < 0$ ovvero per eventi a distanze più grandi di quelle percorribili dalla luce in Δt : la causalità è salva! (in nessun riferimento si vede un evento prima di quello che l'ha generato Es: nessuno vedrà mai me prima di mio nonno).

Questo è rappresentato dal seguente grafico:

Se il quadrintervallo ΔS^2 vale :

$= 0 \rightarrow$ è di tipo luce (ma è solo la somma delle coordinate ad essere nulla, non ogni singola: altrimenti sarebbe lo stesso evento!)

$> \Delta r^2 \rightarrow$ è di tipo tempo: eventi possono essere connessi causalmente

$< \Delta r^2 \rightarrow$ è di tipo spazio: eventi non possono essere connessi causalmente

con $r =$ vettore spazio $(x+y+z)$ rappresentato dal piano xy in figura, per ovvie limitazioni nel disegnare spazi a 4 dimensioni. l'asse del tempo sarebbe $c\Delta t$ (4 dimensione)

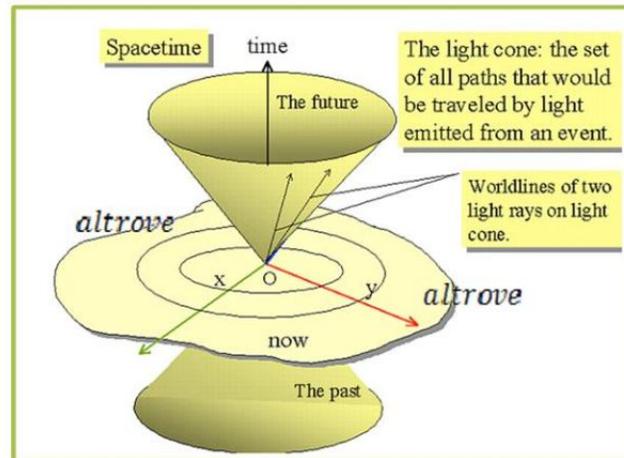
Fortunatamente essendo c massima e finita, non verificheremo mai la connessione tra passato e futuro o viceversa, poichè la pendenza del cono, che è data dalla velocità della luce, non può aumentare!

DESINCRONIZZAZIONE DEGLI OROLOGI :

Se si avessero una fila di orologi equispaziati d e sincronizzati in un SRI S , in un altro S' si vedranno desincronizzati, con intervallo di tempo che aumenta all'aumentare della distanza x dell'orologio i -esimo dall'origine. $t' = \gamma(t - \beta x/c) \rightarrow t' = -\gamma \beta x/c = -\gamma \beta d/c$ con $\beta = v/c$ e $i = \pm 1, \pm 2, \dots$ a causa della relatività della simultaneità. Un'ulteriore conferma che il tempo è relativo.

Ma se tutto questo vale solo per v altissime o distanze enormi, in cosa si può riscontrare nella realtà?

La contrazione delle L è molto difficilmente osservabile, perchè accelerare corpi macroscopici a quelle v è impossibile; se si accelerassero grandi molecole dove l'effetto potrebbe essere un minimo determinabile, verrebbero disintegrate poichè estremamente instabili (aumenterebbe la loro energia, rompendosi così i legami); Accelerare particelle o piccoli nuclei positivi è possibile, ma essendo trattabili anche come onde,





non hanno già in partenza dimensioni ben precise, a causa dell'indeterminazione di Heisenberg; hanno dualismo onda particella, con $E=h\nu$, $p=h/\lambda=h\nu/c$ per de Broglie (a sx nelle eq. si notano termini corpuscolari come energia e impulso, tipici quindi delle particelle e a dx termini ondulatori come lungh.d'onda e frequenza) e lunghezza d'onda Compton λ_c data da $\lambda_c=h/m_0c$ (oppure sostituendo: $h\nu=m_0c^2$: da qui si nota che λ è una proprietà quantomeccanica della massa, ovvero che la lungh.d'onda della particella è legata alla sua E di m a riposo e viceversa: si può così ottenere anche la massa di un fotone!); $\nearrow R_0=c\text{ost} = 1,2 \text{ fm}$

Ai nuclei (o ai protoni nel caso di $A=1$) si può solo assegnare un raggio medio $\langle R \rangle = R_0 A^{1/3}$ dove A è il n° di massa.

La dilatazione dei tempi invece è molto più facilmente osservabile: particelle instabili come i muoni che arrivano a noi grazie ai raggi cosmici (vengono generati nell'alta atmosfera tramite una collisione), hanno un tempo di vita media di $1,56 \mu\text{s}$, che alla loro v permetterebbe di percorrere pochi Km e quindi statisticamente dovremmo rilevarne 1 su un milione rispetto a quelli generati: nella realtà ne vengono rilevati circa 50000! Questo appunto a causa della dilatazione dei t (il muone vedrà la sua vita normale, ma noi la vediamo molto più lunga!)

Esperimenti simili si possono effettuare in acceleratori di particelle, dove si dimostra che la loro durata è estremamente superiore rispetto a quanto lo sarebbe classicamente, poichè percorrono molti più giri!

Il limite di v che tende a c, è quello di dilatare i tempi e renderli infiniti;

E IL PARADOSSO DEI GEMELLI? è stato messo in luce mettendo orologi atomici identici su un aereo (come gemelli viaggiatori), sincronizzati con altri sulla terra: il risultato è che quelli sull'aereo al ritorno erano rimasti indietro di molto poco, ma in perfetto accordo con la teoria poichè in volo a basse v e il Δt era perfettamente misurabile rispetto all'errore di tempo degli orologi; questo è dovuto al fatto che $\Delta t = \gamma \Delta t_0$ solo per l'osservatore.. questo poichè il SR del viaggiatore non è inerziale..è accelerato! (altrimenti ci sarebbe simmetria tra SR fermo della terra, approssimabile come inerziale e SRNI in moto: nessuna differenza al ritorno!). Questo ha ispirato molto la fantascienza, dove persone che hanno trascorso vari anni su navicelle spaziali a v prossime a c, tornano indietro senza che il t sia quasi trascorso: il loro punto di vista è quello che sia trascorso molto più velocemente qui sulla terra!

A questo punto molte esperienze e fenomeni come l'aberrazione stellare, Fizeau e l'effetto doppler per onde elettromagnetiche, sono stati rivisti trattandoli in maniera relativistica (con TdL e composiz. delle v).



Nell'effetto doppler relativistico c'è spostamento della λ anche per moto trasversale :

$\lambda/\lambda_0 = \gamma(1+u/c) = [(1+\beta)/(1-\beta)]^{1/2}$, con $\beta > 0$ redshift in allontanamento, $\beta < 0$ blueshift in avvicinamento è simmetrico rispetto a scambio sorgente-osservatore: è salvo grazie alla dilatazione dei tempi..

Da tutte queste nuove conclusioni, nasce la MECCANICA RELATIVISTICA:

Quadrivettore $\Delta x_\mu = (c\Delta t, \Delta x, \Delta y, \Delta z)$, allora $p_\mu = m_0 \Delta x_\mu / \Delta \tau$ dove m_0 è la massa misurata a riposo, $\Delta \tau$ è l'intervallo di tempo anche misurato a riposo. Quindi p_μ e Δx_μ cambiano nello stesso modo andando in un sistema in moto : $p_x = m_0 \Delta x / \Delta \tau = \gamma m_0 \Delta x / \Delta t = \gamma m_0 v$

$$p_x = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{sono entrambe variate dal fattore } \gamma \text{!}$$

Questo vuol dire che impulso e massa aumentano all'aumentare di v . la massa non misura più quindi la q.tà di materia, ma è proporzionale all'energia!

$$p^{xt} = \gamma m_0 v^{xt} = m \frac{dx^{xt}}{dt} = \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} = m_0 \gamma \beta c \rightarrow_{\beta \rightarrow 0} m_0 v \quad \text{per piccole } v, \text{ tende alla classica!}$$

Siccome $F = ma = \gamma m_0 a$, si ha che se si tentasse di accelerare una particella a $v=c$, la massa diventerebbe ∞ !

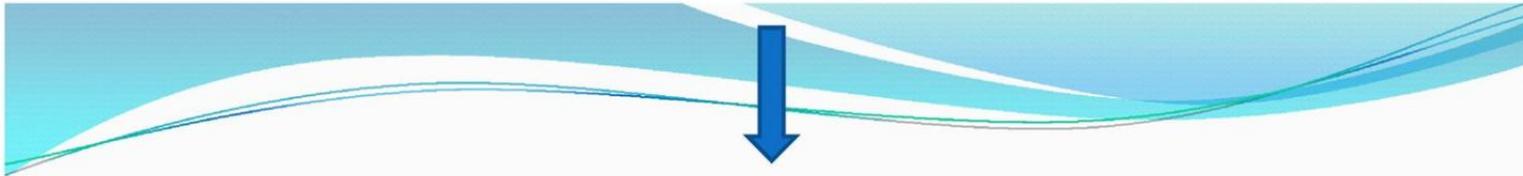
è quindi impossibile superare quella velocità : è come se ci fosse un'opposizione dovuta a γ . l' a è tagliata (va a zero).

Per definire l'E relativistica: $p_0 = m_0 c \Delta t / \Delta \tau = \gamma m_0 c$ p_0 coincide con E/c poichè abbiamo preso la 4 componente del quadrivettore p_μ , allora : $E^2 = (\gamma m_0 c^2)^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 =$ energia totale relativistica del corpo di massa a riposo m_0 con $m_0^2 c^4 =$ termine invariante tra SRI (m_0 è sempre uguale) e $p^2 c^2 =$ impulso relativistico

$E = m_0^2 c^2 \gamma = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \approx pc$ (se $Ec \gg Em$) E prop. a p ! ; $= mc^2 + p^2/2m$ (se $Ec \ll Em$) E a riposo + termine classico

Quest'importantissima equazione ci dice che si può passare da massa ad energia e viceversa! La massa è energia!

Poiché l' E_{tot} sarebbe data da $mc^2 + 1/2mv^2$ (ottenuta sviluppando in serie $m_0 \gamma c^2$ per v piccole : compare un termine cinetico a noi familiare), ma se un corpo è fermo, ha comunque energia $= mc^2 \rightarrow$ è l'energia di massa!



Questa conclusione è estremamente importante.. ha permesso di liberare energia con le centrali nucleari (fissione), bombe nucleari (a fissione o fusione) ed è sempre grazie a questa che viene liberata E dal sole (fusione nucleare stellare) e arriva a noi..

*L'equazione $E=mc^2$ ha quindi conseguenze enormi.. si ricorda che m contiene il fattore γ , che dipende da v ;
Quindi la massa cambia: Lavoisier si sbagliava, poichè nelle reazioni c'è redistribuzione energetica e ciò varia la massa (poichè la massa di una molecola è differente dalla somma delle masse degli atomi che la compongono: i legami e quindi la redistribuzione elettronica verso una configurazione più stabile, liberano energia e quindi la m diminuisce), oppure scaldando un gas, le molecole acquistano v e la massa aumenta..*

Da un qualcosa che classicamente si chiamava massa,otteniamo energia;

Oppure ancora nelle collisioni tra particelle elementari, come per esempio lo scontro tra 2 fotoni (quindi luce contro luce) possiamo ottenere una coppia di particella-antiparticella $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$

Da un qualcosa che classicamente si chiamava energia,otteniamo massa;

Viceversa dall'annichilimento di 2 antiparticelle si possono ottenere fotoni;

Massa ed energia non hanno più il significato classico, ma sono strettamente legati: si può passare dall'uno all'altro. A causa del fatto che nessun segnale o interazione può propagarsi più velocemente della velocità della luce, il tempo e di conseguenza lo spazio non sono assoluti e la massa non si conserva, ma può trasformarsi in altre forme di energia.

CENNI SULLA FISICA DEL NUCLEO

Il nucleo in un atomo giace nella sua profondità ed occupa soltanto una porzione dell'ordine di 10^{-15} del volume atomico; è però sede della quasi totalità della massa (la materia risulta quindi quasi totalmente vuota) e delle forze che lo tengono assieme. I nuclei, come gli atomi, presentano stati eccitati dai quali possono decadere allo stato fondamentale tramite emissione di raggi γ ; In alcune circostanze possono addirittura presentare struttura a guscio. La scoperta è dovuta a Rutherford, che bombardò con particelle α (nuclei di He) una lamina d'oro, osservò delle deviazioni del fascio notevoli, con angoli al limite di 180° ! Quindi un "rimbalzo" all'indietro.

Rispetto all'idea di nucleo dell'epoca (modello di Thompson, dove la carica positiva si estendeva a tutto il volume dell'atomo con elettroni sparsi all'interno) era inverosimile: era come se sparando una granata contro un foglio di carta la si vedesse ritornare indietro, oppure come vedere un sasso deviare lanciandolo contro uno sciame di moscerini. Solo una grande massa e carica concentrate in piccolissime dimensioni potevano provocare questa forte repulsione all'avvicinamento: le dimensioni dovevano essere inferiori al diametro atomico con rapporto di circa 10^{-4}

I nuclidi, particolari speci di nuclei, possono essere definiti tramite Z e A (n° atomico e di massa), dove $A=N+Z$ (n° di neutroni n e di protoni p); 2 nuclidi con stessa Z , ma N e A differente si dicono isotopi: alcuni nuclidi sono stabili, altri no (i radionuclidi) e possono decadere nel tempo emettendo radiazione secondo processi differenti. Nella seguente tabella, rappresentante i nuclidi noti, i punti scuri rappresentano i nuclidi stabili, l'alone quelli radioattivi;

L'andamento è lineare a bassi Z , poi si abbassa: questo effetto è dovuto ad un eccesso di neutroni, che tende a smorzare la repulsione elettrostatica tra protoni positivi (i n però nel tempo tendono a trasformarsi in p per decadimento β e quindi a far trasformare la specie atomica o addirittura a fissionare il nucleo in 2 parti (ne risulteranno 2 speci atomiche differenti) se risulta troppo instabile.

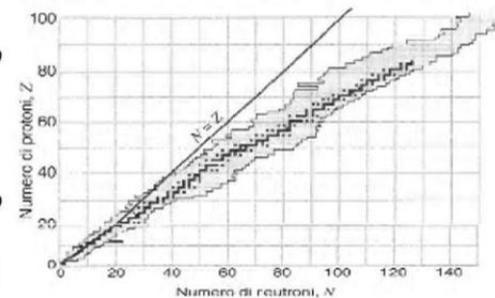


FIGURA 50.4 Diagramma dei nuclidi noti. La colorazione scura indica i nuclidi stabili, mentre quella chiara corrisponde ai nuclidi radioattivi. Si noti che i nuclidi stabili leggeri hanno sostanzialmente ugual numero di protoni e neutroni, mentre per i nuclidi pesanti, $N > Z$.

Per esempio, se si avesse un nuclide con 238 nucleoni e $Z=N=119$, si sfascerebbe subito grazie alla repulsione! Una relativa stabilità la si ottiene solo sostituendo a 27 p altrettanti n: si trova così il nuclide U^{238} con $Z=92$ e $N=146$; U^{238} è però ancora instabile a causa della repulsione e quindi tenderà ad emettere particelle alfa e può facilmente fissionarsi in 2 frammenti: entrambi i processi riducono l'E Coulombiana in misura maggiore di quanto non riducano quella dovuta ai legami forti (quindi in questi processi verrà consumata massa e liberata energia: infatti se si andasse a misurare la m a riposo dei 2 frammenti, la somma sarebbe inferiore a quella del nuclide iniziale!) La stabilità dipende dal fatto che l'interazione forte fra nucleoni, si manifesta solo in un piccolo raggio(fm), quindi tra primi vicini o poco più, mentre la repulsione Coulombiana fra tutti, anche se decresce esponenzialmente col quadrato della distanza. Si presenterà quindi un contributo di energia liberata (negativa) dovuta all'interazione forte sempre minore rispetto al contributo positivo repulsivo elettrostatico, al crescere di Z. L'energia per nucleone aumenta all'aumentare delle dimensioni del nucleo e quindi al n° di nucleoni contenuti; relativisticamente questo significa che si ha un contributo di massa maggiore rispetto a configurazioni più stabili → si può quindi liberare energia da questo eccesso di massa! (decadimenti, fissione,...) Come già detto, il nucleo non presenta una superficie netta, ma ha un raggio medio $\langle R \rangle = R_0 A^{1/3}$; dimensioni e struttura del nucleo si possono determinare tramite un fascio elettronico ad alta Energia (> 200 MeV), dove quindi la λ di De Broglie è adatta a sondare sensibilmente; si otterranno così forma e densità: Nel nucleo la densità non è costante, ma tende a diminuire in modo continuo verso la superficie come mostra il grafico a fianco → della densità di materia nucleare in funzione della distanza r dal centro (fm); La densità della materia nucleare è elevatissima: dato che $V(\text{volume}) \propto A$ per la relazione precedente, abbiamo che la densità nucleonica vale $0.14 \text{ nucleoni}/\text{fm}^3$ e prendendo la massa del nucleone pari a $1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, è facile vedere che per la materia nucleare $\rho = 2.4 \cdot 10^{17} \text{ kg}/\text{m}^3$, ossia $2.4 \cdot 10^{14}$ volte quella dell'acqua. Se si divide l'energia di legame E_b di un nucleo per il suo A, si trova l'E di legame media per nucleone; questo andamento è rappresentato nel grafico seguente: ↓

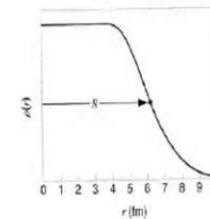


FIGURA 50.5 Variazione della massa volumica del nucleo di ^{197}Au in funzione della distanza dal centro.

L'andamento di questo parametro in funzione di A determina la curva dell'energia di legame che scende ai 2 estremi: l'andamento nella regione di A elevati dice che impaccando 2 nuclei di massa media, i nucleoni sono più legati che in uno unico più grosso e si può liberare E (principio di fissione);

l'andamento nella regione di bassi A dice che si può anche liberare E quando 2 nuclei piccoli si uniscono in uno intermedio (principio fusione). Si nota che dopo i nuclidi più leggeri, l' E media per nucleone è $\approx 8\text{MeV}$. La zona di massima stabilità corrisponde a Z compresi tra 50 e 80 (Fe).

Come già visto, la maggior parte dei nuclidi sono radioattivi e possono quindi trasformarsi in un altro nuclide emettendo una particella; le 2 situazioni di decadimento più comuni sono l' α e il β , dove vengono emessi rispettivamente una particella alfa e un elettrone (o positrone): entrambi questi decadimenti avvengono statisticamente.

Il decadimento alfa può avvenire solo se la m totale dei prodotti di decadimento + l'energia cinetica degli stessi, è uguale alla m iniziale (l'energia si conserva, la massa no); l'energia di disintegrazione Q corrisponde all'energia liberata nel processo e se il nucleo inizialmente era fermo, corrisponde all' E cinetica dei prodotti: $Q = mc^2 - m'c^2$
 Es: per un nucleo di U^{238} se emette α ($2p+2n$) passa da $Z=92$ a $Z=90$ e l'elemento con $Z=90$ è il Torio quindi: $U^{238} \rightarrow Th^{234} + \alpha$ dove $Q = 4,27\text{MeV}$ e il $t_{1/2}$ o emittiva vale $4,47 \cdot 10^9$ anni.

Questo decadimento vede quindi un imponente barriera di potenziale che circonda l'atomo, quindi una zona vietata per la particella α , la quale la supererà per effetto tunnel; però deve urtarvi contro $\approx 10^{38}$ volte prima di poter passare, quindi circa 10^{20} volte al secondo per 10^9 anni!

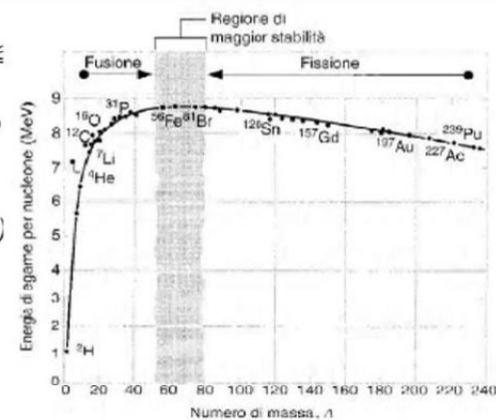
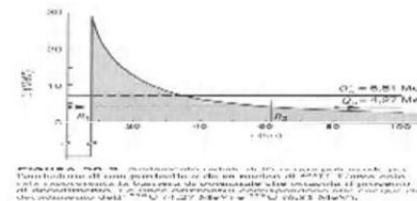


FIGURA 50.6 Energia di legame per nucleone riferita al numero di massa. Sulla curva è localizzata la posizione dei nuclidi più significativi, fra i quali alcuni di quelli descritti nella tabella 50.1. La regione di massima stabilità corrisponde alla fascia dei numeri di massa compresi fra 50 e 80.



Per U^{228} invece, con $Q=6,81$ MeV, ci vorrà molto meno, poiché vede una barriera molto più bassa e sottile e quindi $t_{1/2}=550s$; Aumentando solo di 1,6 volte Q , si registra una diminuzione dell'efficacia della barriera contro l'effetto tunnel di $3 \cdot 10^{14}$ volte!

Il decadimento beta invece vede la trasformazione di un n in p all'interno di nuclidi con eccesso in neutroni n : questo perché un nucleo con un p in più e un n in meno può risultare più stabile e il decadimento vede liberazione di E di massa, poiché n è lievemente più massivo di p : può essere β^- (emissione di elettrone e antineutrino) o β^+ (emissione di positrone e neutrino, nel caso di trasformazione da p a n per nuclidi con eccesso di protoni); come già detto nelle note, l'elettrone emesso ha una distribuzione di v a causa dell'energia cinetica legata all'antineutrino, con una $E_c=K_{max}$; Dai vari decadimenti si può costruire la mappa della stabilità dei nuclidi, la valle dei nuclidi (vedi note).

La radioattività naturale deriva dalla formazione di isotopi instabili (radionuclidi), che sono stati generati tramite fusione nelle stelle da elementi come H ed He o in esplosioni di supernove. Questa radiazione derivante dalla loro attività di decadimento contribuisce alla radiazione di fondo che permea l'universo;

Il decadimento può avvenire in più fasi dette catene di decadimento, dove da un nuclide iniziale si arriva ad uno stabile tramite diverse trasformazioni, ciascuna con la sua emitiva caratteristica;

Inoltre valutare la q.tà di radionuclidi primitivi e di prodotti stabili all'interno di un campione, permette di valutarne l'età (Es: età del sistema solare tramite frammenti di rocce spaziali).

MODELLI NUCLEARI

Ci sono 2 modelli che descrivono la struttura nucleare: uno descrive situazioni in cui si ritiene che il comportamento di tutti i nucleoni sia collaborativo (modello collettivo) e l'altro determina le proprietà tenendo conto solo di un nucleone ignorando tutti gli altri (modello a particella indipendente); questi 2 possono essere combinati per ottenere un singolo modello di nucleo.

Nel modello collettivo si ignorano i movimenti dei singoli nucleoni, ma si tiene conto del nucleo come unica entità; bisogna quindi immaginare il nucleo come una goccia di liquido entro la quale le particelle interagiscono tra

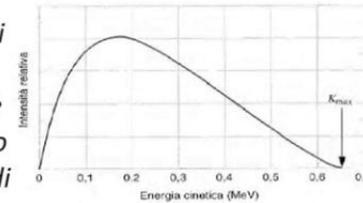


FIGURA 50.10 Distribuzione dell'energia cinetica dei positroni emessi nel decadimento beta del ^{64}Cu . La massima energia cinetica vale 0,653 MeV.



loro come le molecole di un liquido. Molti nuclei hanno forma d'equilibrio sferica, mentre altri ellissoidale. Un nucleo può assorbire E per rotazione attorno ad un asse o per vibrazione attorno alla forma d'equilibrio: è quindi possibile studiare questi stati eccitati; l'intervallo tra gli stati dipende dal momento angolare quantizzato $L = [J(J+1)]^{1/2} \hbar$, che aumenta al crescere del momento angolare rotazionale J (con $\hbar = h/2\pi$), mentre l'intervallo tra gli stati vibrazionali con $E = nh\nu$, dove ν è la frequenza di vibrazione, rimane costante.

Nel modello a particella indipendente si assume che a ciascun nucleone sia assegnato uno stato ben definito; siccome p e n obbediscono all'esclusione di Pauli, la struttura nucleare è simile a quella di un atomo, dove c'è la disposizione in gusci caratterizzati da numeri quantici specifici: a gusci completi corrisponde un nucleo di particolare stabilità (analogo ai gas inerti che vedono gusci atomici completi);

Per i nucleoni i gusci chiusi si verificano in corrispondenza di numeri protonici e neutronici detti "magici": 2,8,20,28, 50,82 e 126; alcuni detti doppiamente magici vedono gusci pieni sia per protoni che per neutroni.

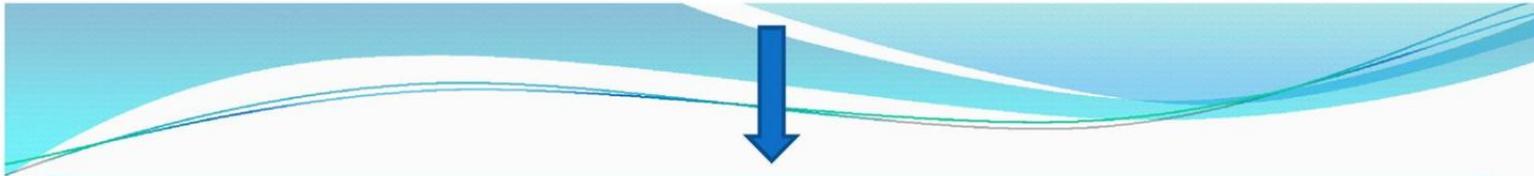
Per allontanare un p da un nucleo con guscio pieno, è richiesta molta più E che per un nucleo con un p in più (il completamento stabilizza il nucleo) e anche il raggio nucleare varia nettamente, proprio in maniera analoga al completamento elettronico dei gusci atomici, che vedono anch'essi una variazione di dimensioni e una differente E di prima ionizzazione per l'estrazione di un elettrone da un guscio pieno ad uno con un e⁻ in più.

Questo modello vede quindi le proprietà del nucleo che variano in base ad un singolo p o n di "valenza". Entrambi questi modelli teorici hanno delle conferme sperimentali che li mettono in accordo e li rendono validi. Si è già visto che da un sistema di particelle interagenti si può estrarre E utile quando lo si porta in uno stato di minor E (i principali sono fissione e fusione nucleare, dove si libera l'energia in eccesso del legame nucleare, ma la si può anche estrarre dai decadimenti radioattivi.);

Per esempio, quando otteniamo E bruciando carbone, operiamo una trasformazione chimica degli atomi di C e O, risistemando gli elettroni più esterni in configurazioni più stabili; quando generiamo E dall'uranio consumandolo in un reattore nucleare, operiamo sul suo nucleo risistemando i nucleoni in configurazioni più stabili.

Per gli elettroni nelle reazioni vengono liberati pochi eV derivanti dalla forza Coulombiana, mentre per i nucleoni si liberano milioni di eV derivanti dall'intensa forza nucleare.

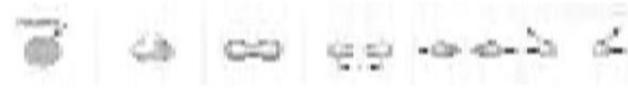




L'emissione di E è legata alla diminuzione della massa a riposo del combustibile, la quale si sa che è convertibile in altre forme di Energia.

La fissione di un nucleo (se pesante) può avvenire per assorbimento di un neutrone lento o termico (poiché all'equilibrio con la T esterna, con $E=KT$), dove questo cade nella buca di potenziale delle forze nucleari e la sua E si trasforma in eccitazione interna (dove la vibrazione del nucleo avviene secondo il modello collettivo);

si comporta come una goccia di liquido carica che oscilla formando un collo fra 2 lobi carichi che tendono ad allontanarsi a causa della repulsione, finché il collo non si strappa e i 2 frammenti schizzano in direzioni opposte.



Anche qui bisogna superare una barriera di potenziale data dall'energia di legame dei lobi, che dipende dalla competizione tra repulsione Coulombiana e attrazione nucleare nel collo.

La situazione è analoga al decadimento alfa, infatti ci sono la barriera E_b superabile nel caso in cui il n assorbito fornisca un E tale da far oscillare il nucleo sufficientemente forte, o nel caso di energie minori, il superamento avviene statisticamente in una certa quantità per effetto tunnel.

Nel caso invece in cui l'energia fornita dal n sia $< E_b$ e non si verifichi l'effetto tunnel, allora invece di spaccarsi, la sua E decadrà dallo stato vibrazionale eccitato a quello fondamentale, con emissione di un raggio γ .

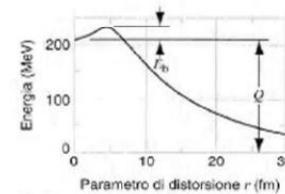


FIGURA 51.4 L'energia potenziale ai diversi stadi del processo di fissione, con l'indicazione dell'energia di disintegrazione Q e dell'altezza della barriera E_b .

Approfondimenti presi da slides del corso e
dal libro Halliday, Resnick, Krane, FISICA II



Tratta dall'articolo di Brent Eskridge e Dwight E. Neuenschwander
Department of physics, Southern Nazarene University, Bethany, Oklahoma