Onde, Radiazione e Relativita'

IX – Postulati di Einstein e trasformazioni di Lorentz

Postulati della Relativita’ Ristretta

I postulato: Principio di relativita’ einsteiniano

Tutte le leggi fisiche sono le stesse in ogni SRI

II postulato: Principio della costanza della velocita’ della luce

La velocita’ della luce nel vuoto ha lo stesso valore in ogni SRI

Commenti

Postulati basati su fatti sperimentali:

- *Impossibile identificare un sistema di riferimento assoluto (etere)*
- *Evidenza che qualunque misura della velocita' della luce nel vuoto da' il valore c, indipendentemente dal SRI usato*

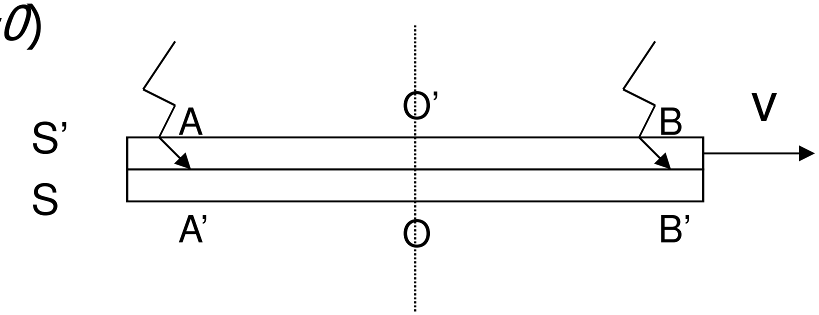
Conseguenze

- *Le equazioni della fisica sono invarianti in forma nel passare da un SRI ad un altro*
- *Le trasformazioni di Galilei devono evidentemente essere sostituite*

Relativita' della simultaneita' - I

Due SRI, *S* e *S',* in moto relativo; *S'* ha velocita' *v* rispetto a *S*
Situazione tipica: *S* stazione, *S'* treno
Per $t = 0$, origini *O,O'* coincidenti

Due eventi: 'shot' di due flash luminosi sui binari nei punti *A* e *B*
(=*A',B'* per $t=0$)



Dato: In O, fermo in S, equidistante da A e B, arrivi simultanei
→*Per O, emissioni in A e B simultanee*

Relativita' della simultaneita' – II

Quali sono gli istanti di arrivo dei 2 flash in *O'* ?

A causa della velocita' finita di propagazione della luce:

Durante il volo dei flash verso *O'*, questo si e' spostato verso *B,B'*

→Conclusione*:*

Per l'osservatore *O*, il flash emesso da *B'* arriva in *O'* prima di quello emesso da *A'*

Conclusione piuttosto ovvia, e non in contrasto con quella sulla simultaneita' delle emissioni come osservata da *O*

Relativita' della simultaneita' – III

Quale conclusione trae l'osservatore *O'*?

Gli eventi di arrivo dei due flash avvengono evidentemente a tempi diversi anche per lui

[Si osservi: I 2 eventi di arrivo avvengono *nella stessa posizione* nel SRI di quiete di *O'*]

Ora:

<u>Se</u> la velocita' della luce e' *c* in tutti i riferimenti

<u>Se</u> *O'* e' a meta' strada fra *A' e B':*

→L'unica possibile conclusione per O' e' che *le due emissioni sono avvenute in istanti diversi*

Relativita' della simultaneita' - IV

Poiche' nel SRI di quiete di *O′* gli eventi di emissione non sono simultanei questa dovrebbe anche essere la conclusione di *O*, in contrasto con quanto dedotto dallo stesso *O* nel suo SRI di quiete. Unica via d'uscita:

La simultaneita' non e' assoluta

Note (a chiarimento di equivoci frequenti)

1) La costanza di *c* in tutti i SRI e' ovviamente essenziale

2) Per il principio di relativita', *O′* e' un SRI tanto buono quanto *O* :

Quindi *O′* si puo' porre le stesse domande circa gli istanti di arrivo dei due flash all'osservatore *O* →Conclusioni del tutto identiche a quelle di *O*

3) Si potrebbe fare un secondo esperimento, simmetrico al primo, in cui gli eventi sono simultanei per *O′* (p es flash montati sul treno), e quindi non lo sono per *O*

Relativita' della simultaneita' – V

Quindi, con nostra *somma* sorpresa:

Alla domanda *'Le emissioni dei flash in A,B sono simultanee?* '

Risposta di:

O	*O'*
Si'	No

Chi ha ragione?

Nessuno dei due, o tutti e due

Con nostro *totale* stupore e incredulita', dobbiamo ammettere che, in conseguenza del Principio di Relativita' e della costanza di *c*:

La simultaneita' di due eventi non ha significato assoluto

La coordinata temporale degli eventi dipende dal riferimento

Conseguenze…

<u>Misura delle lunghezze</u>: si effettua localizzando <u>simultaneamente</u> gli estremi di un oggetto. Se la simultaneita' e' relativa, metri in movimento relativo segnano lunghezze diverse

→ *La distanza spaziale dipende dal SRI usato!*

<u>Misura dei tempi</u>: si effettua localizzando <u>simultaneamente</u> la posizione delle lancette. Se la simultaneita' e' relativa, orologi in moto

relativo segnano un tempo diverso

→ *L'intervallo temporale dipende dal SRI usato!*

Concetti di intervallo spaziale e temporale: da intendere come coordinate di un evento (es. emissione di un breve flash luminoso) rispetto a un SRI, piuttosto che in senso geografico/storico…

La trasformazione di Lorentz - I

Come si descrive, nei soliti due SRI, *S* e *S'*, la propagazione del fronte d'onda sferico propagato da un breve flash luminoso?

$$S\ :\ x^2+y^2+z^2=c^2t^2$$
$$S':x'^2+y'^2+z'^2=c^2t'^2$$

Le coordinate *x,y,z,t* rappresentano l'evento "Arrivo del fronte d'onda nel punto *P(x,y,z)* al tempo *t"*, visto in *S*

Osservazioni:

c e' la stessa in tutti e due i SRI!

Ci aspettiamo che le coordinate spazio-temporali dell'evento arrivo del fronte d'onda' siano diverse in S e S'

$$\left.\begin{aligned} x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0 \\ x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0 \end{aligned}\right\} \rightarrow x^2+y^2+z^2-c^2t^2=x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2$$

La trasformazione di Lorentz - II

Relazione fondamentale:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$$

Invarianza dell'*intervallo* (spazio-temporale) fra due eventi, rispetto a trasformazioni di coordinate fra due SRI

Come e' fatta la trasformazione, che deve sostituire le TdG?

- *Deve essere lineare*
  (perche' un moto uniforme deve trasformarsi in un moto uniforme…)
- *Le coordinate trasversali rispetto a v devono rimanere invariate*
- *Deve lasciare invariato l'intervallo definito sopra*
  (costanza di c...)

La trasformazione di Lorentz - III

Dalle premesse di puo' dedurre la forma delle trasformazioni di Lorentz.

Per il caso in cui:

S, S' hanno assi paralleli

$\mathrm{v} \parallel x$

S, S' hanno origini coincidenti per $t = t' = 0$

esse sono:

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}\left(x - \mathrm{v}t\right)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}\left(t - \mathrm{v}x/\mathrm{c}^2\right)$$

Nel caso generale, equazioni simili, piu' complicate, nelle quali compaiono tutte le componenti della velocita' relativa

La trasformazione di Lorentz - IV

Trasformazione inversa: si trova

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}} \left(x' + \mathrm{v} t' \right)$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}} \left(t' + \mathrm{v} x' / \mathrm{c}^2 \right)$$

Conformemente all'intuizione, essa si ottiene cambiando *v* in *–v*, che e' la velocita' di *S* vista da *S'*.

Notazione usata universalmente:

$$\beta = \frac{\mathrm{v}}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / \mathrm{c}^2}} \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

TdL$\rightarrow$TdG, ma …

Nel limite di piccole velocita':

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}\left(x - \mathrm{v}t\right) \xrightarrow[\frac{\mathrm{v}}{c}\to 0]{} x - \mathrm{v}t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}\left(t - \mathrm{v}x/\mathrm{c}^2\right) \xrightarrow[\frac{\mathrm{v}}{c}\to 0]{} t$$

Le trasformazioni di Lorentz tendono dunque a quelle di Galilei?

Se $c\rightarrow\infty$, effettivamente le cose stanno cosi' in senso rigoroso

Se pero' *c* resta finita, allora in senso stretto non e' vero che le TdL vanno nelle TdG. Infatti, se *x* e' sufficientemente grande $t'\neq t$ anche per velocita' basse…

La relativita' della simultaneita' rimane come elemento differenziante fra TdG e TdL anche a piccole velocita'

Conseguenze delle TdL

Tre conseguenze di importanza fondamentale, che istituiscono differenze radicali rispetto alle TdG:

Contrazione delle lunghezze

Perdita della nozione di spazio assoluto: la distanza spaziale fra due punti dipende dal SRI usato per misurarla

Dilatazione dei tempi

Perdita della nozione di tempo assoluto: la distanza temporale fra due eventi dipende dal SRI usato per misurarla

De-sincronizzazione degli orologi

Orologi sincronizzati in un SRI appaiono sfasati, in misura proporzionale alla loro distanza dall'origine, in un altro SRI

Tutte e tre fortemente controintuitive

Contrazione delle lunghezze - I

Sbarra lunga *L* nel suo SRI di riposo; qual e' la sua lunghezza in un SRI in cui essa si muove con velocita' *v, nella direzione della sua lunghezza*?

Le coordinate che definiscono la lunghezza in *S'* sono quelle dei punti che concidono *simultaneamente* in *S'* con gli estremi della sbarra (definizione naturale).

Le distanze *longitudinali* fra punti misurate in un SRI in cui i punti sono in moto sono contratte del fattore $1/\gamma$ rispetto al SRI in cui sono in quiete

Le distanze *trasversali* restano invariate nel passare da un SRI ad un altro

Contrazione delle lunghezze - II

$L = x_2 - x_1$ lunghezza nel sistema di riposo

$L' = x_2'(t') - x_1'(t')$ lunghezza nel sistema in cui la sbarra si muove

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = \gamma\left[x_1'(t') + \beta t'\right] \\ x_2 = \gamma\left[x_2'(t') + \beta t'\right] \end{array}\right\} \rightarrow L = \gamma\left[x_2'(t') - x_1'(t')\right] = \gamma L'$$

$$\rightarrow L' = \frac{L}{\gamma} = L\sqrt{1-\beta^2} < L$$

Effetto difficile da osservare direttamente: non si possono accelerare corpi macroscopici a velocita' vicine a *c*

Molti effetti indiretti lo confermano

Contrazione delle lunghezze - III

La contrazione relativistica delle lunghezze e' concettualmente distinta dalla contrazione di Lorentz-FitzGerald ?

La contrazione relativistica delle lunghezze sembra essere una proprieta' metrica generale dello spazio-tempo, che deriva dai principi della relativita' ristretta (T. di Lorentz), e non dipende dal fatto che esista l'interazione elettromagnetica. Come tale, e' anche una proprieta' delle forze di coesione dei corpi

In sintesi: *Origine cinematica della dinamica*

Tuttavia, va detto che questo non e' l'unico punto di vista possibile: considerazioni generali sull'origine delle proprieta' metriche dello spazio-tempo (evidentemente, sperimentale) portano a identificare nella dinamica (proprieta' dell'interazione, elettromagnetica o altra) l'origine della T. di Lorentz

In sintesi: *Origine dinamica della cinematica*

Lana caprina?

Contrazione delle lunghezze - IV

Punto di vista piu' diffuso:

Le leggi di trasformazione di Lorentz applicate ai campi $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{B}$ portano, all'interno di un modello classico della struttura della materia, a prevedere che le forze intermolecolari abbiano questa proprieta

Va sottolineato che le proprieta' meccaniche dei corpi, conseguenza delle leggi dell'interazione elettromagnetica, devono in realta' essere considerate nell'ambito della meccanica quantistica

In generale, ci si puo' convincere che le proprieta' di trasformazione dei campi e la contrazione di L-FG restano valide anche in ambito quantistico

Contrazione delle lunghezze - V

La contrazione di L-FG e’ dunque una proprieta’ dei corpi, conseguente alle leggi di trasformazione del campo elettromagnetico, che seguono dai principi della teoria della relativita’: perfettamente conforme alla proprieta’ generale di contrazione relativistica delle lunghezze

Questo conferma come le forze elettromagnetiche siano dunque, ‘senza saperlo’, delle forze relativistiche, e che l’elettromagnetismo e’ dunque una teoria conforme ai principi della relativita’.

Dilatazione dei tempi

Orologio in quiete nell'origine del SRI *S*:
intervallo di tempo fra due eventi = Δt
Intervallo di tempo fra gli stessi eventi misurato in *S'*, in moto con velocita' *v*:

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\left.\begin{aligned} t_1' &= \gamma t_1 \\ t_2' &= \gamma t_2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \Delta t' = t_2' - t_1' = \gamma\left(t_2 - t_1\right) > \Delta t$$

Per coppie di eventi che si verifichino in una sola posizione spaziale.
l'intervallo temporale fra i due eventi e' piu' grande in ogni SRI che sia in moto rispetto a quello in cui il punto considerato sia in quiete

De-sincronizzazione degli orologi

Schiera di orologi, equispaziati in *S* della distanza *d*: se in quiete possono essere sincronizzati reciprocamente.

Modo di sincronizzarli: Scambio di segnali luminosi (Einstein lo invento' mentre, impiegato all'ufficio brevetti, si stava occupando delle richieste di brevetto legate alla sincronizzazione dei nuovi orologi elettrici delle stazioni ferroviarie svizzere)

P.es., l'istante *t=0* e' segnato <u>simultaneamente</u> da tutti gli orologi in *S*, indipendentemente dalla loro posizione

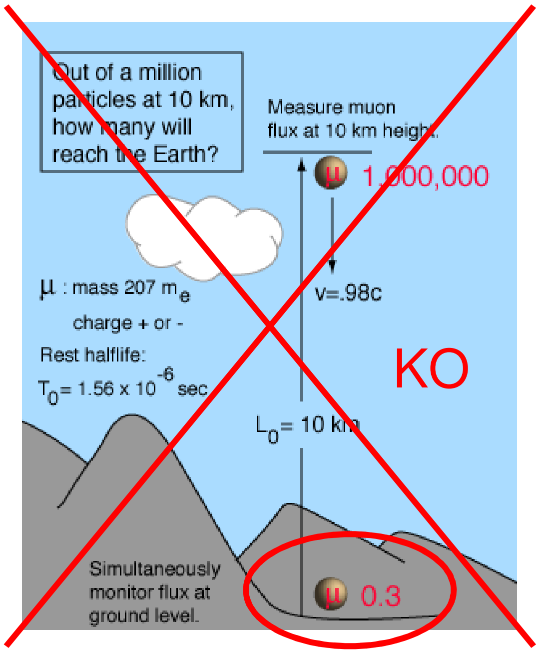
Ma in S' i vari orologi segnano:

$$t' = \gamma\left(t - \beta x/c\right) \rightarrow t_i' = -\gamma\,\beta x_i/c = -\gamma\,\beta i d/c \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

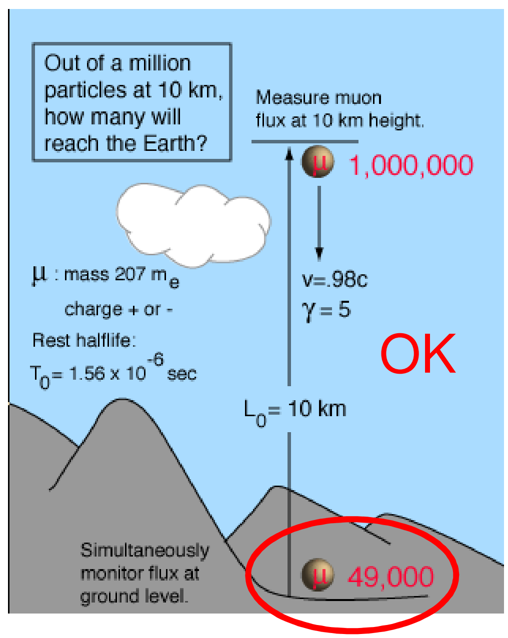
Essi quindi non sono piu' sincronizzati (Relativita' della simultaneita')

Realta' degli effetti

Non si tratta di effetti illusori, dovuti a qualche manipolazione delle unita' di misura! Modo di dimostrarlo: conseguenze su quantita' misurate
Esempio: decadimento dei muoni cosmici (Rossi e Hall, 1941; ...)



Non relativistico



Relativistico

SRI del terreno:

$\tau = \tau_0\ \gamma = 7.8\ \mu s$

$T = L/v = 10/(0.98\ 300000) = 34\ \mu s$

$I = I_0\ 2^{-T/\tau}$

$I = I_0\ 2^{-34/7.8} = I_0 2^{-4.36} = I_0 0.049$

SRI del muone:

$L = L_0/\gamma = 0.2L_0 = 2\ km$

$T = L/v\ = 6.8\ \mu s$

$I = I_0\ 2^{-T/\tau}$

$I = I_0\ 2^{-6.8/1.56} = I_0 2^{-4.36} = I_0 0.049$

La contrazione delle lunghezze - I

Non osservata direttamente

Sistemi macroscopici: non viaggiano a velocita' ~ c
Sistemi microscopici: concetto di lunghezza mal definito

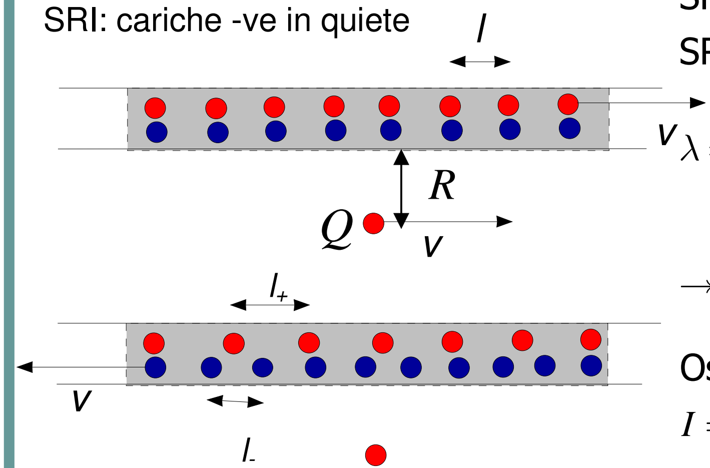
Effetti indiretti molto evidenti

Effetti di dilatazione dei tempi visti in altro SRI
Campo magnetico delle correnti

La contrazione delle lunghezze - II

Corrente in un conduttore: forza su carica di prova Q

SRI: cariche -ve in quiete



SRI: cariche +ve in quiete

$$l = l_+\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},\quad l_- = l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

SRI in alto: densita' di carica totale nulla $\rightarrow$ Forza = magnetica

SRI in basso:

$$\lambda = \frac{q}{l_+} - \frac{q}{l_-} = \frac{q}{l}\left(\sqrt{1-v^2/c^2} - \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) \approx 1 - \frac{1}{2}\left(v^2/c^2\right) - 1 - \frac{1}{2}\left(v^2/c^2\right)$$

$$\rightarrow \lambda \approx -\frac{q}{l}\left(v^2/c^2\right) \rightarrow F = Q\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Qq\left(v^2/c^2\right)}{2\pi\varepsilon_0 R l} \rightarrow \text{Forza = elettrica}$$

Osservazione:

$I = qv/l$ corrente

$$\rightarrow F = \frac{QIv}{2\pi\varepsilon_0 R c^2} = Q\frac{\mu_0 I}{2\pi R}v = Q\left|\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\right|$$

Elettrostatica = Magnetostatica

La forza sulla carica di prova e' <u>elettrostatica</u> nel suo SRI di quiete.

<u>magnetostatica</u> nel SRI in cui ha velocita' v

***F**$_e$=**F**$_m$ (principio di relativita')*

Trasformazione delle velocita'

La legge di trasformazione dedotta dalle TdG deve essere cambiata.

Differenziando le TdL:

$$\begin{cases} x'=\gamma(x-\beta ct) & \rightarrow x'+dx'=\gamma\left[x+dx-\beta c(t+dt)\right] \\ y'=y & \rightarrow y'+dy'=y+dy \\ z'=z & \rightarrow z'+dz'=z+dz \\ t'=\gamma(t-\beta x/\mathrm{c}) & \rightarrow t'+dt'=\gamma\left[t+dt-\beta(x+dx)/c\right] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} dx'=\gamma[dx-\beta cdt] \\ dy'=dy \\ dz'=dz \\ dt'=\gamma[dt-\beta dx/c] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathrm{v}_x'=\dfrac{dx'}{dt'}=\dfrac{[dx-\beta cdt]}{[dt-\beta dx/c]}=\dfrac{\dfrac{dx}{dt}-\beta c}{1-\dfrac{dx}{dt}\dfrac{\beta}{c}}=\dfrac{\mathrm{v}_x-\beta c}{1\text{-}\dfrac{\beta}{c}\mathrm{v}_x} \quad \underset{\mathrm{v}_x\rightarrow c}{\longrightarrow} \dfrac{c-\beta c}{1-\beta}=c \quad ! \\ \mathrm{v}_y'=\dfrac{dy'}{dt'}=\dfrac{dy}{\gamma[dt-\beta dx/c]}=\dfrac{\dfrac{dy}{dt}}{\gamma\left(1-\dfrac{dx}{dt}\dfrac{\beta}{c}\right)}=\dfrac{\mathrm{v}_y}{\gamma\left(1-\dfrac{\beta}{c}\mathrm{v}_x\right)} \\ \mathrm{v}_z'=\dfrac{dz'}{dt'}=\dfrac{dz}{\gamma[dt-\beta dx/c]}=\dfrac{\dfrac{dz}{dt}}{\gamma\left(1-\dfrac{dx}{dt}\dfrac{\beta}{c}\right)}=\dfrac{\mathrm{v}_z}{\gamma\left(1-\dfrac{\beta}{c}\mathrm{v}_x\right)} \end{cases}$$

Accordo con il II postulato

Interpretazione delle esperienze

Interpretazione relativistica di due esperimenti:

- *Aberrazione stellare*
- *Fizeau*

Trattazione relativistica *dell'effetto Doppler*

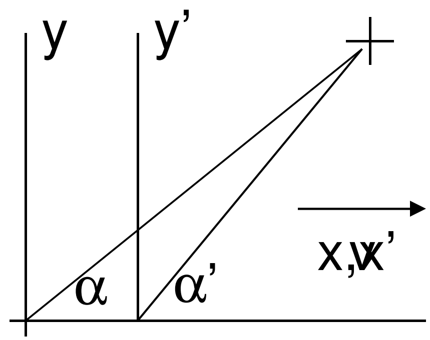
Si usano le TdL e la legge relativistica di composizione delle velocita'

Aberrazione stellare - I

Descrizione relativistica del fenomeno

Evento di emissione del segnale luminoso (supposto istantaneo), che supponiamo si propaghi nel piano *xy*, in *S*:

$$x = r\cos\alpha$$
$$y = r\sin\alpha$$
$$z = 0$$
$$t = -r/c$$



In *S'*, per mezzo delle TdL:

$$\begin{cases} x' = \gamma\left(r\cos\alpha + \beta c\, r/c\right) \\ y' = r\sin\alpha \\ z' = 0 \end{cases} \rightarrow \tan\alpha' = \frac{y'}{x'} = \frac{\sin\alpha}{\gamma\left(\cos\alpha + \beta\right)} = \frac{\tan\alpha}{\gamma\left(1 + \beta\sec\alpha\right)}$$

Aberrazione stellare - II

Per $\beta \to 0$, $\gamma \to 1$, e quindi , in accordo con la formula pre-relativistica:

$$\tan\alpha' \approx \tan\alpha\left(1-\frac{\beta}{\cos\alpha}\right)=\tan\alpha-\frac{\beta\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$\tan\alpha' = \tan(\alpha+\delta\alpha) \simeq \tan\alpha+\frac{d(\tan\alpha)}{d\alpha}\delta\alpha = \tan\alpha+\sec^2 a\delta\alpha$$

$$\to \delta\alpha\sec^2 a \approx -\frac{\beta\sin\alpha}{\cos^2\alpha} \to \delta\alpha \approx -\beta\sin\alpha \to \delta\alpha\big|_{\alpha=\pi/2} \approx -\beta = -\frac{v}{c}$$

Inoltre, nella descrizione relativistica si mostra che il fenomeno dell’aberrazione e’ correttamente previsto nella teoria ondulatoria, e non solo nell’approssimazione geometrica dell’ottica dei raggi

Esperimento di Fizeau

Come al solito, due SRI:

S (laboratorio), *S'* (sistema di quiete per l'acqua corrente)

Velocita' della luce in *S'*:

$$\mathrm{v}_x' = c/n, \quad \mathrm{v}_y' = 0, \quad \mathrm{v}_z' = 0$$

In S:

$$\begin{cases} \mathrm{v}_x = \dfrac{v_x' + \beta c}{1 + \beta v_x'/c} = \dfrac{c/n + \beta c}{1 + \beta/n} = \dfrac{c}{n}(1 + \beta n)(1 + \beta/n)^{-1} \\ \mathrm{v}_y = 0 \\ \mathrm{v}_z = 0 \end{cases}$$

Per $\beta \to 0$:

OK con dati sperimentali

$$\mathrm{v}_x = \frac{c}{n}(1 + \beta n)(1 + \beta/n)^{-1} \approx \frac{c}{n}(1 + \beta n)(1 - \beta/n) \approx \frac{c}{n}\left(1 + \beta\left(n - \frac{1}{n}\right)\right) = \frac{c}{n} + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

Effetto Doppler in RR - I

Effetto ben noto nella fisica pre-relativistica:

Lunghezza d'onda aumenta se sorgente e ricevitore sono in moto di allontanamento, diminuisce se sono in moto di avvicinamento

Lunghezza d'onda nel SRI di quiete della sorgente: λ_0.

Formula classica:

Due impulsi luminosi emessi con intervallo *dt*; velocita' radiale u_r

$\rightarrow$Differenza di cammino per i due $u_r dt$

$\rightarrow$Differenza di tempo di arrivo per i due $\Delta t = dt + u_r/c\ dt$

$\rightarrow$Differenza di lunghezza d'onda per i due:

$$\lambda_0 = cdt,\ \lambda = c\Delta t \rightarrow \lambda/\lambda_0 = 1 + u_r/c$$

Effetto Doppler in RR - II

Correzione relativistica

L'intervallo dt, definito nel SRI dell'osservatore, corrisponde all'intervallo dt/γ nel SRI della sorgente, nel quale viene definita l_0.

Quindi:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0}=\gamma\left(1+\frac{u_r}{c}\right)\to\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\left(1+\frac{u}{c}\right)=\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\quad \text{se } u\equiv u_r \text{ (pura vel. radiale)}$$

$$\to\begin{cases}\beta>0\to\lambda>\lambda_0 & \text{"Red-shift" in allontanamento}\\ \beta<0\to\lambda<\lambda_0 & \text{"Blue-shift" in avvicinamento}\end{cases}$$

Si noti che, contrariamente al caso pre-relativistico, c'e' cambiamento di lunghezza d'onda anche per puro moto trasversale (*effetto Doppler trasverso*: effetto relativistico)

Effetto Doppler in RR - III

In generale:

$$\lambda' = \gamma\lambda_0\left(1 - \frac{v}{c}\cos\theta\right)$$

Simmetrica rispetto a scambio
Sorgente ↔ Osservatore
(Principio di Relativita'!)