

Radiazione e Relativita' Ristretta

VI – Meccanica, Elettrodinamica e Principio di Relativita'

Principio di Relativita'

Meccanica newtoniana:

Moto uniforme equivalente ad assenza di moto

ossia:

Sistemi di Riferimento Inerziali (quelli in cui un corpo non soggetto a forze si muove di moto uniforme) tutti equivalenti

Conforme a esperienza (da Galilei in poi)

Assenza di velocita' caratteristiche (costanti universali)

Difficolta' di principio a definire cosa sia un SRI (occorrerebbe conoscere tutte le forze...)

Trasformazioni di Galilei

Relazioni matematiche fra coordinate misurate in due diversi SRI (→ in moto relativo uniforme)

Caso in cui

Assi paralleli nei 2 SRI

v = vel. relativa e' diretta lungo x

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$\rightarrow z' = z$$

$$t' = t$$

TdG:

Conformi all'esperienza (a piccole v)

Quasi 'auto-evidenti'

[Il tempo e' lo stesso per tutti i SRI]

Invarianza leggi della meccanica

Per sistemi in cui le forze sono descrivibili con un potenziale

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} \nabla_i (|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)$$

Distanze invariate rispetto a TdG

Accelerazioni invariate rispetto a TdG

(Velocita' combinate linearmente rispetto a TdG)

→ Eq. del moto invarianti rispetto a TdG

Ogni osservatore inerziale deduce la stessa legge dinamica dalle sue osservazioni di un dato fenomeno

Elettrodinamica

Elettrodinamica *non* inclusa...:

Eq. di Maxwell *non invarianti* rispetto a TdG

Possibile verificarlo direttamente

In effetti, da esse discende eq. delle onde, che contiene una velocità c (costante universale): essa rappresenta la vel. di propagazione nello spazio vuoto

Secondo le TdG, questa velocità deve cambiare se cambia il SRI usato.

Domande:

E' vero che cambia?

Qual e' il SRI in cui la velocità vale c ?

Osservazione - I

Situazione diversa per onde meccaniche

Es.: onde sonore in un gas

Anch'esse soddisfano a un'eq. delle onde, in cui compare la velocità del suono: questa è la velocità di propagazione *nel SRI in cui il gas è globalmente fermo*

In altri SRI l'eq. cambia forma, e la velocità di propagazione cambia

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \xrightarrow{\text{TdG}} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t'^2} + 2 \frac{v}{c} \frac{\partial^2 f}{\partial x' \partial t'} = 0$$

$$\rightarrow f = g(x' - v't) + h(x' + v't), v' = c + v$$

Osservazione - II

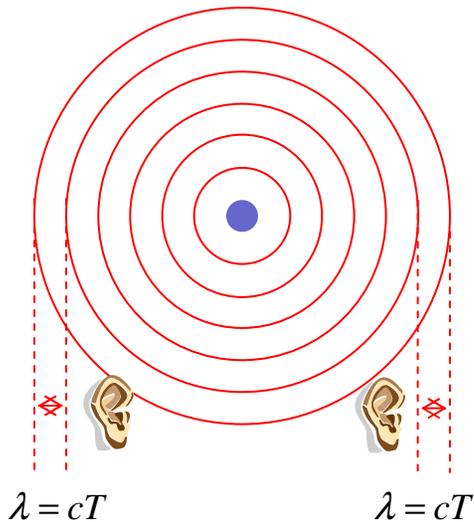
L'equazione contiene la velocità di propagazione rispetto al mezzo materiale che trasporta le onde: Se fosse invariante, osservatori inerziali diversi dovrebbero trovare la stessa velocità di propagazione

Ma questo sarebbe in contrasto con la proprietà delle onde meccaniche di avere una velocità caratteristica *rispetto al mezzo che le trasporta*: se osservo la propagazione da un SRI in cui il mezzo è in movimento, la velocità di propagazione cambia.

Fenomeno molto semplice alla base dell' *Effetto Doppler*

Suono: effetto Doppler - I

S in quiete, O in quiete



$$\lambda = cT$$

$$\lambda = cT$$

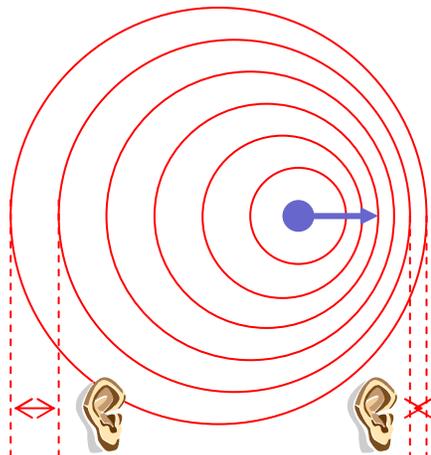
$$v_{sorg} = \frac{c}{\lambda}$$

● S: Sorgente



O: Osservatore

S in moto, O in quiete



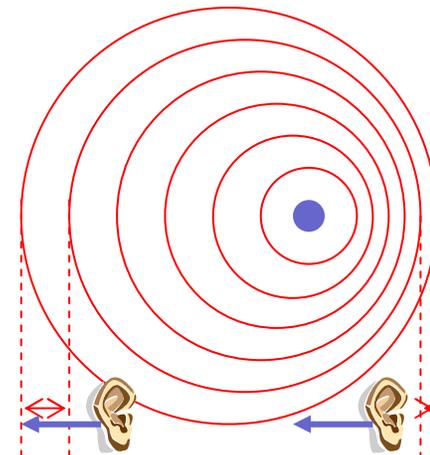
$$\lambda' = (c+v)T \quad \lambda'' = (c-v)T$$

$$= \lambda \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad = \lambda \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$v' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{(v+c)T} = v_{sorg} \frac{1}{1 + \frac{v}{c}}$$

$$v'' = \frac{c}{\lambda''} = \frac{c}{(-v+c)T} = v_{sorg} \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}$$

S in quiete, O in moto



$$T' = \frac{\lambda}{c-v}$$

$$T'' = \frac{\lambda}{c+v}$$

$$= \frac{\lambda}{c} \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} = T \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} \quad = \frac{\lambda}{c} \frac{1}{1 + \frac{v}{c}} = T \frac{1}{1 + \frac{v}{c}}$$

$$v' = \frac{1}{T'} = v_{sorg} \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$v'' = \frac{1}{T''} = v_{sorg} \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

Suono: effetto Doppler - II

Riassumendo:

ν_0 frequenza nel SRI di quiete dell'aria

ν frequenza osservata, v velocità relativa al SRI di quiete dell'aria

c velocità del suono relativa al SRI di quiete dell'aria

$v \leq 0$: sorgente e osservatore in avvicinamento, allontanamento

$$\rightarrow \begin{cases} \nu = \frac{\nu_0}{1 \mp \frac{v}{c}} & \text{sorgente in moto, osservatore fermo} \\ \nu = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v}{c} \right) & \text{sorgente ferma, osservatore in moto} \end{cases}$$

Sorgente e osservatore hanno lo stesso moto relativo nei due casi, ma gli effetti sono diversi (dal II ordine in v/c in su...)

Perdita della simmetria fra i due SRI dovuta alla presenza del mezzo

Onde meccaniche e TdG

Rispetto a TdG:

Invarianza equazioni della dinamica

Non invarianza delle condizioni iniziali (\leftarrow posizioni, velocità)

[Principio di Relatività: non include le condizioni iniziali]

Onde meccaniche:

Perturbazioni di un sistema continuo in moto attorno ad uno stato di equilibrio (\leftarrow Condizione iniziale 'incorporata' nell'eq. delle onde!)

\rightarrow L'equazione delle onde non è invariante rispetto a TdG, perché contiene la velocità di propagazione rispetto al SRI in cui il mezzo è in equilibrio

Alternative

Ma: le onde elettromagnetiche si propagano nel vuoto...
Sembra che ci sia qualche incompatibilita'

Che si puo' fare?

- *Le equazioni di Maxwell devono essere modificate*
La forma con cui le conosciamo e' solo approssimata

- *Il principio di relativita' non vale in elettrodinamica*
Non tutti i SRI sono equivalenti; le eq. di Maxwell valgono in un unico SRI, che si puo' identificare come quello in cui la luce ha velocita' c

- *Cinematica e dinamica devono essere modificate*
Le trasformazioni di Galilei non sono esatte, e di conseguenza anche le leggi di Newton, sono solo approssimate

Modifica equazioni di Maxwell?

Piu' interessanti: teorie emissive (Ritz e altri)

In generale, in tutte c ha il significato di velocita' della luce *relativa alla sorgente che la emette*

Versione di Ritz: i potenziali ritardati diventano

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/(c + \mathbf{v}))}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}'$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/(c + \mathbf{v}))}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}'$$

Compare la velocita' composta alla Galilei, $c + v$

Ipotesi incompatibile con la forma delle eq. di Maxwell

Le teorie emissive

Attenzione agli equivoci:

In tutti i fenomeni ondosi (p.es. il suono) la velocità di propagazione dell'onda dipende *solo* dalle proprietà del mezzo, *non* dalla velocità della sorgente

$c_{t,l} = \sqrt{\frac{E,G}{\rho}}$ vel. suono nei solidi, longit. o trasversale, E, G modulo di Young, rigidità

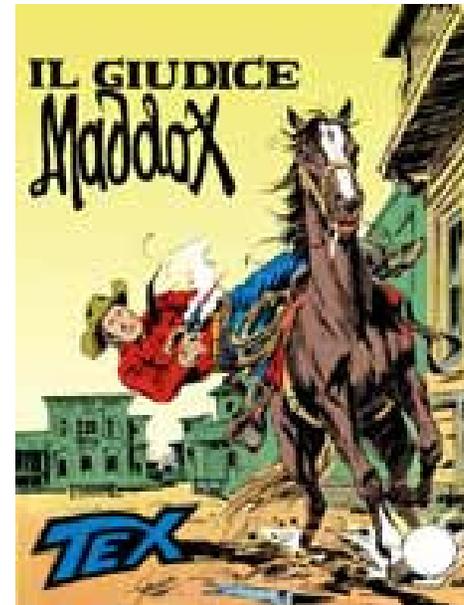
$c_{onde\ mare} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)}$ d, λ profondità, lunghezza d'onda

Quindi la teoria di Ritz è *molto* bizzarra..

[In questo senso il modello ondulatorio della luce gioca un ruolo essenziale: nel modello corpuscolare sembrerebbe più ovvio, dal punto di vista pre-relativistico, che la vel. della luce *dipendesse* da quella della sorgente.

Ma il modello corpuscolare ha gravi difficoltà a spiegare fenomeni come l'interferenza e la diffrazione...]

Per esempio....



$$\mathbf{v}_{\text{proiettile-terreno}} = \mathbf{v}_{\text{proiettile-pistola}} + \mathbf{v}_{\text{cavallo di Tex-terreno}}$$

$$|\mathbf{v}_{\text{bang}}| = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad \text{indipendente da } \mathbf{v}_{\text{cavallo di Tex-terreno}}$$

Verifica teorie emissive

Modifica elettrodinamica: molte conseguenze...

Ma: Vanno d'accordo con le osservazioni?

Misure terrestri

Riflessione da uno specchio, sorgente in moto con vel. v

Tempo totale	$\Delta t = \frac{2l}{c(1-v^2/c^2)}$	teoria emissiva	Differenza $\propto v^2/c^2$, difficile da osservare per mezzo di esperimenti sulla Terra
	$\Delta t = \frac{2l}{c}$	eq. di Maxwell	

Misure astronomiche

De Sitter e altri : si dovrebbero osservare anomalie nell'orbita ricostruita di *stelle binarie*

Michelson e altri: differenze fra *misure interferometriche* eseguite con luce solare e con sorgenti terrestri

Nessun effetto osservato

Rinuncia al Principio di Relativita'?

Diciamo che esiste un SRI privilegiato, nel quale valgono le eq. di Maxwell

(Inoltre: Ipotesi coerente con le idee iniziali, molto 'meccaniciste', su come funziona la propagazione delle onde e.m.: come quella delle onde meccaniche in un mezzo elastico...)

→ Il SRI privilegiato, che e' anche sede di un mezzo di supporto alla propagazione, e' quello dell' *etere luminifero*

(Mezzo assai peculiare: privo di massa, trasparente, e di fatto non osservabile)

Conseguenze - I

Il solo 'segno distintivo' per l'etere sarebbe la sua unicità, in quanto unico SRI in cui la luce ha velocità c ; secondo la fisica classica (TdG), in ogni altro SRI la luce avrebbe una velocità diversa

Qual è il SRI in cui l'etere è a riposo? Si suppone sia quello 'universale' delle stelle fisse, Sole incluso, rispetto al quale la Terra invece si muove

Quindi:

Ogni laboratorio dotato di sorgenti di luce terrestri dovrebbe misurare valori diversi per la velocità della luce in direzione collineare/anticollineare alla velocità della Terra rispetto alle stelle fisse, incluso il Sole

Conseguenze - II

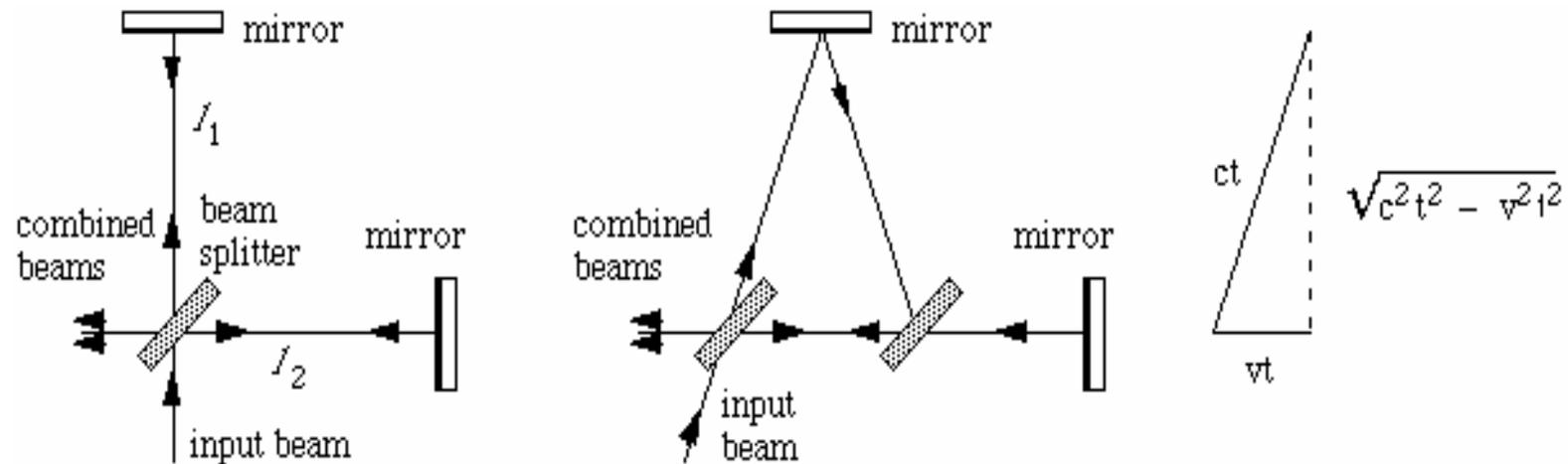
Quindi deve essere possibile mettere in evidenza il moto della Terra rispetto all'etere (in contrasto con il Principio di Relativita')

$$\text{Si noti: } \left. \begin{array}{l} v_{\text{Terra}} \sim 30 \text{ km/s} \\ c \sim 300000 \text{ km/s} \end{array} \right\} \rightarrow v_{\text{Terra}}/c \sim 10^{-4}$$

Misura della velocita' della luce : metodo interferometrico

Esperienze eseguite da Michelson e collaboratori fra il 1881 e il 1887

Michelson-Morley - I



Qualche spiegazione:

“Input beam” = sorgente di luce; “Beam splitter” = specchio semiargentato

La velocità della Terra è *orizzontale*

Gli schemi rappresentano il percorso della luce *visto dall'etere* nei due casi

Schema di sinistra: LAB = Terra *fermo rispetto all'etere*

Schema di destra: LAB = Terra *in moto verso destra con velocità v*

I fasci combinati interferiscono sempre (un'unica sorgente → coerenza)

Michelson-Morley - II

Differenza fra i tempi di transito:

$$t = t_1 - t_2 = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{2l_2}{c} \frac{1}{1-v^2/c^2} = \frac{2}{c} \left(\frac{l_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{l_2}{1-v^2/c^2} \right)$$

Ruotando di 90° l'apparato, $l_2 \leftrightarrow l_1$

$$t' = t_1' - t_2' = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1-v^2/c^2} - \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{2}{c} \left(\frac{l_1}{1-v^2/c^2} - \frac{l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right)$$

Differenza delle differenze:

$$\Delta t = t - t' = \frac{2}{c} \left(\frac{l_1 + l_2}{1-v^2/c^2} - \frac{l_1 + l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) \approx \frac{2(l_1 + l_2)}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{v^2}{2c^2} \right) = \frac{2(l_1 + l_2)}{c} \frac{v^2}{c^2}$$

Michelson-Morley - III

Differenza di cammino ottico → Differenza di fase
→ *Atteso uno spostamento di frange*

Lunghezza totale: $l_1 + l_2 = 22 \text{ m}$
Lunghezza d'onda: $\lambda = 550 \text{ nm}$

$$\delta\phi = 2\pi\Delta tc/\lambda = 2.3 \text{ radianti} = 0.4 \text{ frange}$$

Esperimento ripetuto diverse volte da Michelson, con
sensibilita' finale dello strumento = 0.01 frange...

Nessuno spostamento osservato

TRIALS OF THE MICHELSON-MORLEY EXPERIMENT*

<i>Observer; year</i>	<i>l, cm.</i>	δ_{calc}	δ_{obs} (upper limit)	<i>Ratio</i>
Michelson; 1881	120	0.04	0.02	2
Michelson and Morley; 1887	1100	0.40	0.01	40
Morley and Miller; 1902–1904	3220	1.13	0.015	80
Miller, 1921	3220	1.12	0.08	15
Miller; 1923–1924	3220	1.12	0.03	40
Miller (sunlight); 1924	3220	1.12	0.014	80
Tomaschek (starlight); 1924	860	0.3	0.02	15
Miller; 1925–1926	3200	1.12	0.08	13
Kennedy; 1926	200	0.07	0.002	35
Illingworth; 1927	200	0.07	0.0004	175
Piccard and Stabel; 1927	280	0.13	0.006	20
Michelson et al; 1929	2590	0.9	0.01	90
Joos; 1930	2100	0.75	0.002	375

*From a review by Shankland et al., *Rev. Mod. Phys.*, **27**, 167 (1955).

Vie d'uscita

Possibilita' `classiche' di interpretare M-M:

- *Trascinamento dell'etere*
 - *Totale*
 - *Parziale*
- *Contrazione di Lorentz-FitzGerald*
- (Teoria emissiva: gia' confutata. Tuttavia, per lungo tempo oggetto di controversie sull'effetto delle atmosfere stellari, che potrebbe cancellare le anomalie previste; infine definitivamente abbandonata dopo test sul decadimento dei mesoni p^0 – CERN, 1964)

Trascinamento dell'etere

Ipotesi:

L'etere viene trascinato (totalmente o parzialmente) nel moto dei corpi ponderabili → Si spiega M-M, perché la luce si propaga sempre in etere immobile

Ma:

Aberrazione stellare, osservata dalla metà del '700, consistente con il moto della Terra rispetto all'etere

Esperimento di Fizeau, consistente con assenza di trascinamento

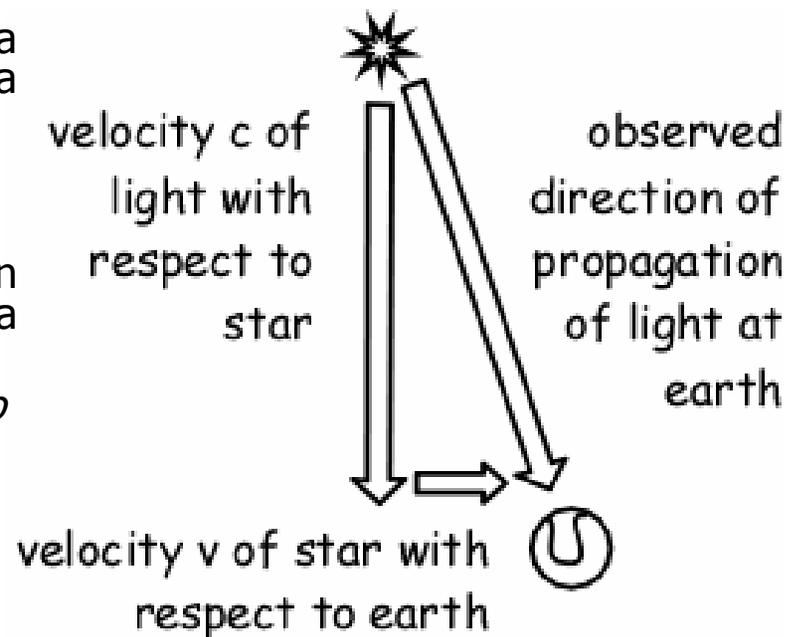
Aberrazione stellare

Se si compongono le velocità della Terra e della luce per una stella osservata allo zenit: $\frac{v}{c}$

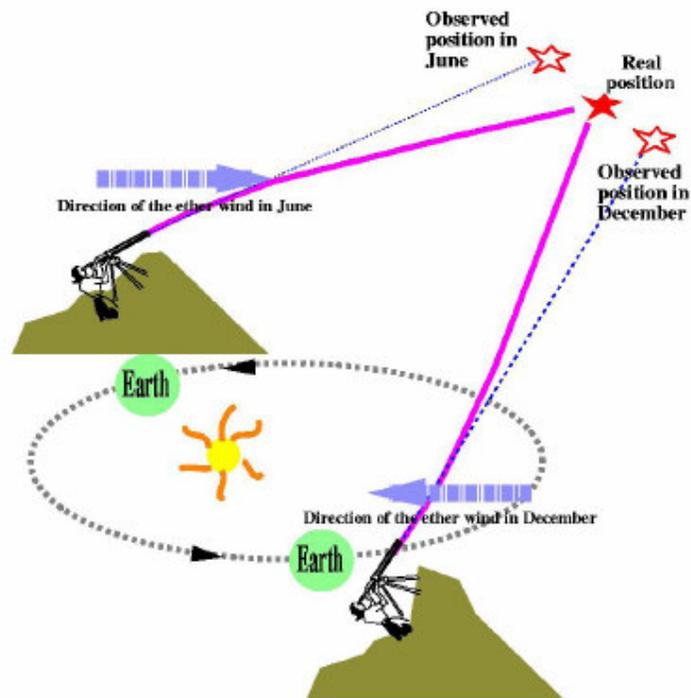
(espressione non relativistica, e non priva di ambiguità nell'ambito della teoria ondulatoria della luce!)

Effetto annuo: $\pm 20.5''$, come osservato

Se l'etere è trascinato, nessuna aberrazione



Per chiarire l'idea...



Esperimento di Fizeau

Osservazione di frange di interferenza in I, causate dalla diversa velocità della luce nei due tratti verticali in cui l'acqua scorre in senso opposto

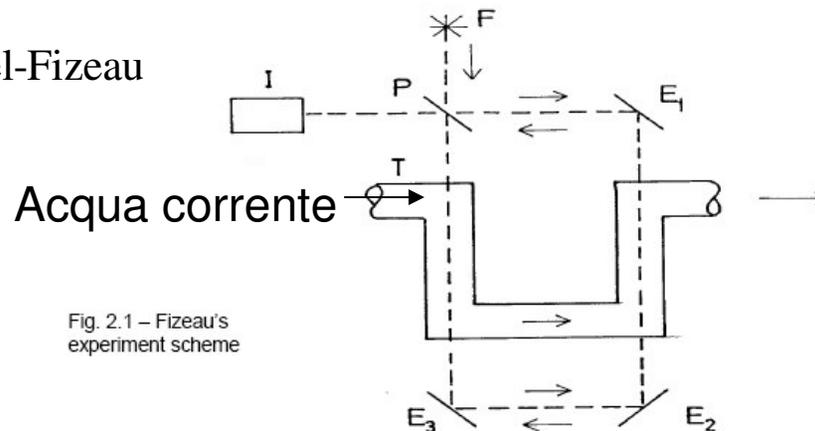
Previsione 'classica' e conferma sperimentale:

$$v_{\text{luce}} = \frac{c}{n} \pm \underbrace{\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}_{\text{Coeff. di trascinamento}} v_{\text{acqua}} \quad \text{Fresnel-Fizeau}$$

non dovuto all'etere, ma al moto del dielettrico...

Se l'etere fosse trascinato:

$$v_{\text{luce}} = \frac{c}{n} \pm v_{\text{acqua}}$$



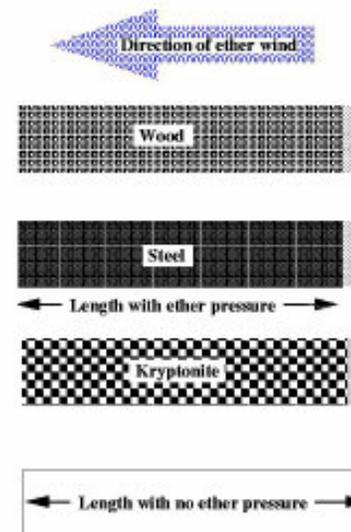
Contrazione di Lorentz-FitzGerald

Ipotesi ad hoc, parzialmente giustificata da modelli (in realtà incompleti e poco realistici) della struttura atomica della materia:

La dimensione longitudinale di un corpo in movimento con velocità v rispetto all'etere è contratta del fattore

$$\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

(Contraddetta in seguito da un esperimento di Kennedy e Thorndike, eseguito con un interferometro di Michelson a bracci di lunghezza molto diversa, in cui si cercava uno spostamento diurno/stagionale delle frange di interferenza)



Teoria ed esperienza

TABELLA 1-2 Basi sperimentali della teoria della relatività ristretta.

Teoria		Esperimenti di propa- gazione della luce						Esperimenti in altri campi						
		Aberrazione	Coefficiente di convezione di Fizeau	Michelson-Morley	Kennedy-Thorndike	Sorgenti e specchi in moto	Stelle doppie di De Sitter	Michelson-Morley, con luce solare	Variazione della massa colla velocità	Equivalenza generale di massa e energia	Radiazione da cariche in movimento	Decadimento dei mesoni di alte velocità	Trouton-Noble	Induzione unipolare con magneti permanenti
Teorie dell'etere	Etere stazionario, nessuna contrazione	A	A	D	D	A	A	D	D	N	A	N	D	D
	Etere stazionario, contrazione di Lorentz	A	A	A	D	A	A	A	A	N	A	N	A	D
	Etere connesso ai corpi ponderabili	D	D	A	A	A	A	A	D	N	N	N	A	N
Teorie emissive	Sorgente d'origine	A	A	A	A	A	D	D	N	N	D	N	N	N
	Balistica	A	N	A	A	D	D	D	N	N	D	N	N	N
	Nuova sorgente	A	N	A	A	D	D	A	N	N	D	N	N	N
Teoria ristretta della relatività		A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Leggenda A, la teoria è in accordo coi risultati sperimentali
D, la teoria è in disaccordo coi risultati sperimentali
N, la teoria non è applicabile all'esperimento

Fonte: Da Panofsky e Phillips, *Classical Electricity and Magnetism* (2nd ed.), Addison-Wesley, New York (1962).

Un esempio di come funziona il metodo scientifico

(Tabella da Panofsky-Phillips, *Classical E&M*)