

AMERICAN JOURNAL of
PHISICS

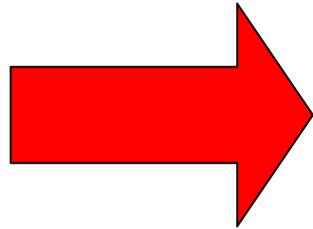
Volume 29, numero 5

Maggio 1961

Forma apparente di oggetti larghi a velocità relativistiche

- C'è differenza tra la forma contratta di Lorentz di un oggetto che si muove con velocità relativistica e la stessa forma vista da un singolo osservatore.

• **Terrell** ha considerato oggetti così piccoli o così lontani da sottendere un angolo solido infinitesimale rispetto all'osservatore.



L'oggetto appare avere la stessa forma del sistema in quiete.

Penrose

- Una sfera in movimento di qualunque dimensione presenta un contorno circolare (circular outline) per osservatori posti in diverse posizioni.
- La sfera è l'unica forma geometrica che appare uguale a tutti gli osservatori.
- Segmenti e linee rette non appaiono solo più lunghi o più corti della loro lunghezza a riposo ma possono apparire curvi.

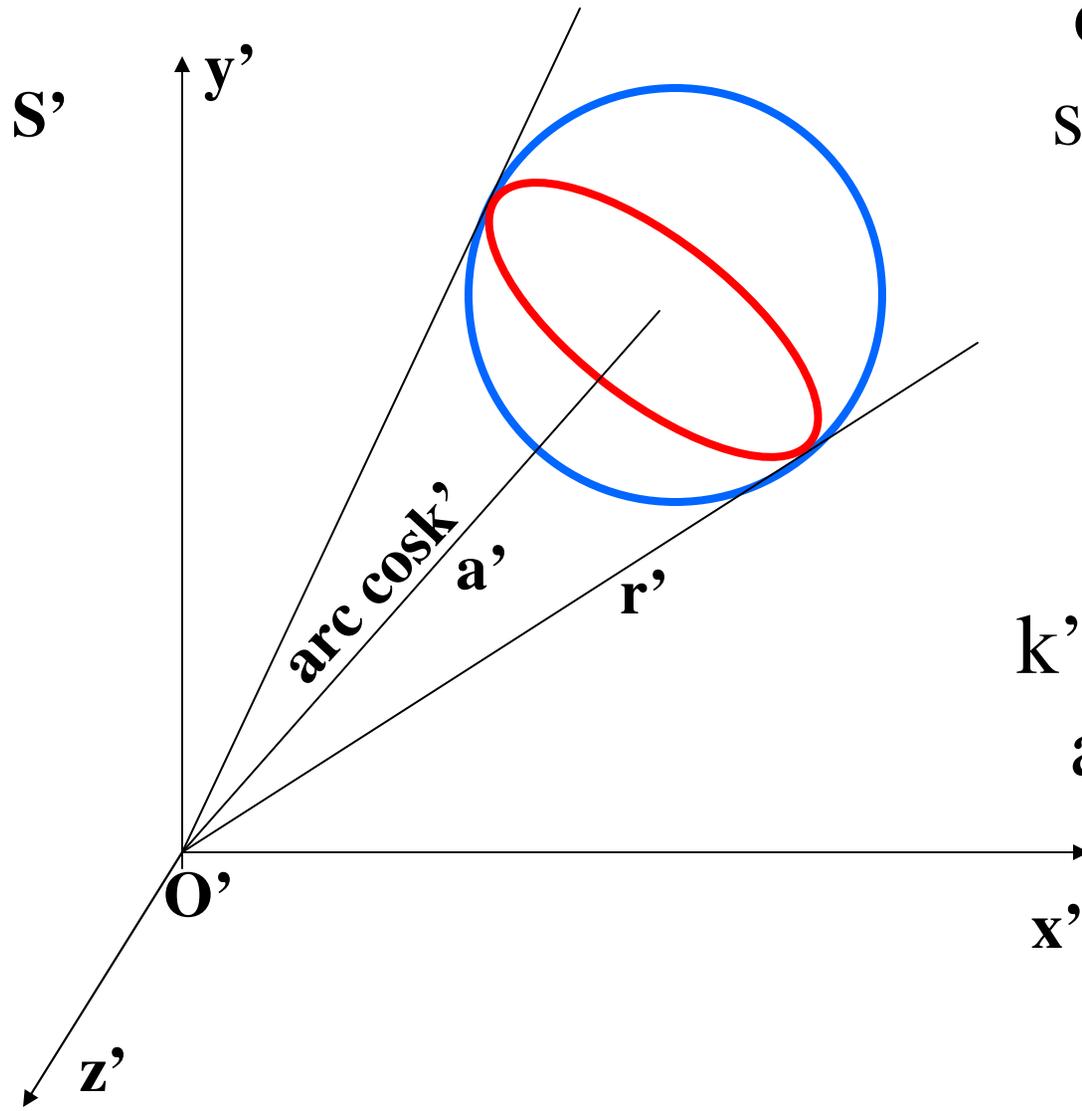
Esempio

- **S** è il sistema nel quale l'osservatore **O** è a riposo
- **S'** è il sistema nel quale l'oggetto è a riposo
- **S'** si muove rispetto a **S** con velocità **v**

Si passa da **S** a **S'** con le trasformazioni di Lorentz

$$x' = \gamma(x - vt) \quad y = y' \quad z = z' \quad t' = \gamma(t - vx/c^2)$$
$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{1/2}$$

Esempio



Consideriamo
come oggetto una
sfera di diametro L

$\mathbf{a}' =$ versore nella
direzione dell'asse
del cono.

$k' =$ coseno di metà
angolo del cono.

Se considero la sfera nel suo sistema di riposo S' , i raggi che dalla sfera raggiungono l'osservatore in O' formano un cono di equazione:

$$\mathbf{r}' \cdot \mathbf{a}' = |\mathbf{r}'| |\mathbf{a}'| \cos(\mathbf{r}', \mathbf{a}') = k' r' = -k' ct'$$

Un osservatore in O' vede la sfera come un contorno circolare in una data direzione.

Cosa vede un osservatore posto in O ?

Riscrivo l'equazione precedente esprimendo \mathbf{a} con le sue componenti l', m', n' .

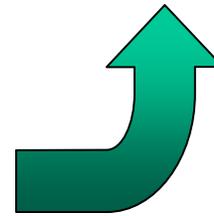
$$l'x' + m'y' + n'z' = -k'ct'$$

Applico le trasformazioni di Lorentz

$$l'\gamma(x-vt) + m'y' + n'z' = -k'c\gamma(t-vx/c^2)$$

$$lx + my + nz = -kct \quad \text{oppure} \quad \mathbf{a} \cdot \mathbf{r} = -kct$$

Eq. di un cono



L'osservatore in O vede un contorno circolare

La sfera appare in un'altra direzione: $\mathbf{a} \neq \mathbf{a}'$
e di diverse dimensioni : $k \neq k'$

Oltre alla sfera, un'altra figura geometrica che appare sempre con la stessa forma nel proprio sistema di riposo ad osservatori a diversi angoli è un segmento lineare.

- Considero un segmento L' a riposo in S'
- In S' considero il piano determinato da L' e O'
di eq. $\mathbf{N}' \cdot \mathbf{r}' = 0$

\mathbf{N}' versore normale al piano

Tutti i raggi di luce che vanno da L' a O' a $t' = 0$
giacciono su questo piano.

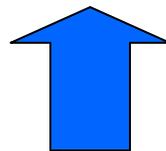
Riscrivo l' eq. del piano esprimendo \mathbf{N}' con le sue componenti l', m', n' e applico le trasformazioni di Lorentz.

$$\mathbf{N}' \cdot \mathbf{r}' = l'x' + m'y' + n'z' = 0$$

$$l'\gamma(x-vt) + m'y' + n'z' = 0$$

oppure

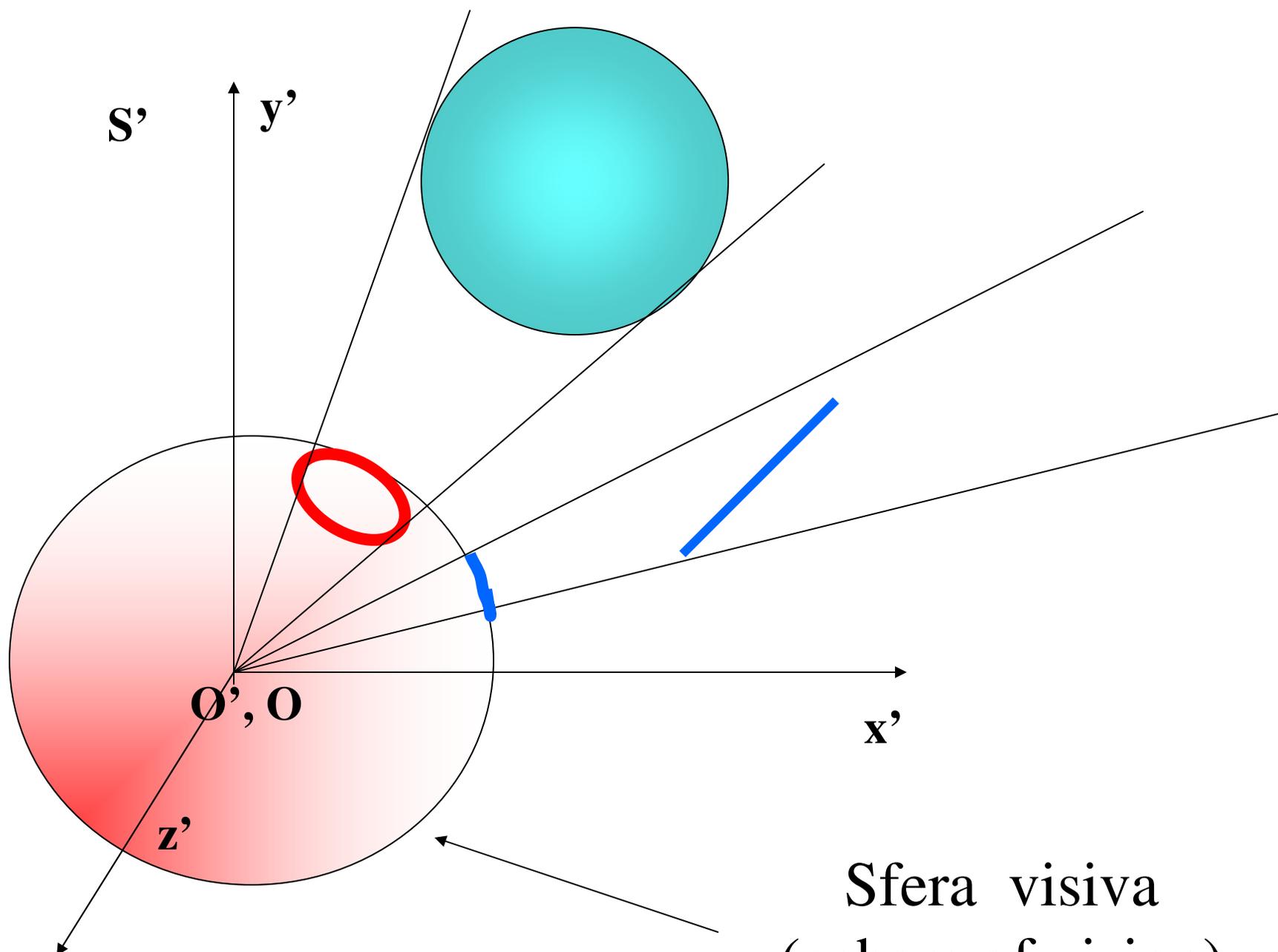
$$lx + my + nz = bt$$



Eq. del piano in S

L'intersezione di questo piano con la **sfera visiva** dell'osservatore posto in O , dà traccia al tempo t in S della luce che arriverà in O .

- Quando l'osservatore vede un oggetto lineare nel suo sistema a riposo, la traccia sulla sua sfera visiva è un arco di cerchio.
- Quando l'osservatore vede una sfera nel suo sistema a riposo, la traccia sulla sua sfera visiva è un contorno circolare.

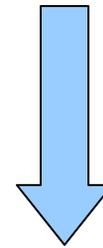


Sfera visiva
(sphere of vision)

Considero per O, l'intersezione del piano di eq. $lx+my+nz = bt$ con la sfera visiva $r^2 = c^2t^2$.

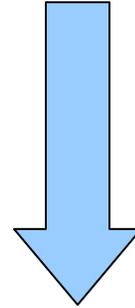
- Dalle trasformazioni di Lorentz risultava $b = Kl' \gamma v$

Se $b = 0$



- il piano passa per l'origine , contiene l'asse x' e la direzione del moto.
- Il piano taglia sulla sfera visiva un cerchio di raggio massimo .
- O vede un segmento.

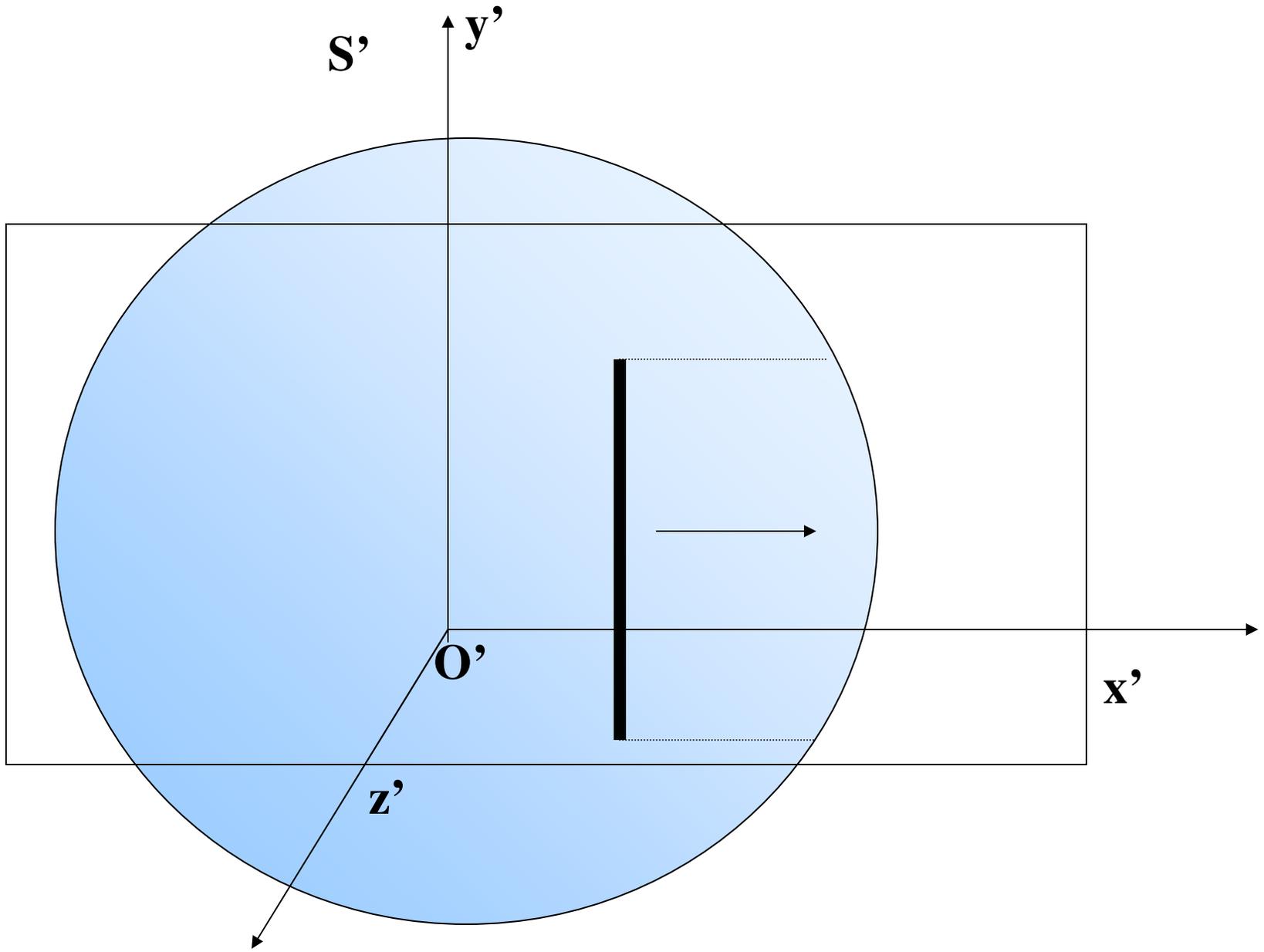
Se $b \neq 0$



Considero un segmento fisso in $O' // y'$ che si muove \perp alla sua lunghezza in S .

- il piano non passa più per l'origine
- Il piano taglia sulla sfera visiva un cerchio di raggio minore del raggio massimo
- O non vede un segmento ma un arco

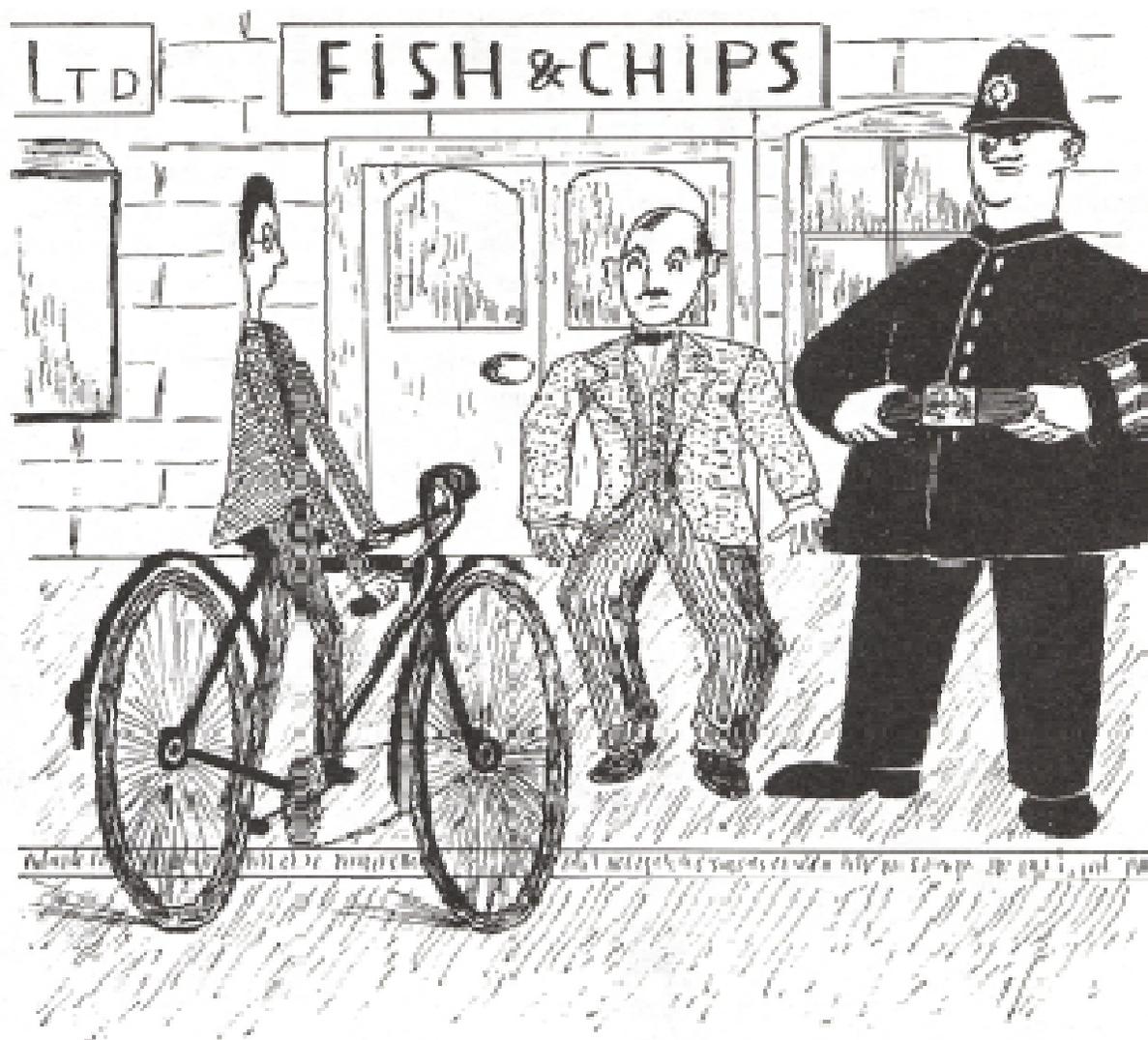
La luce che O vede lascia le diverse parti dell'oggetto osservato a tempi diversi.



Applicazione

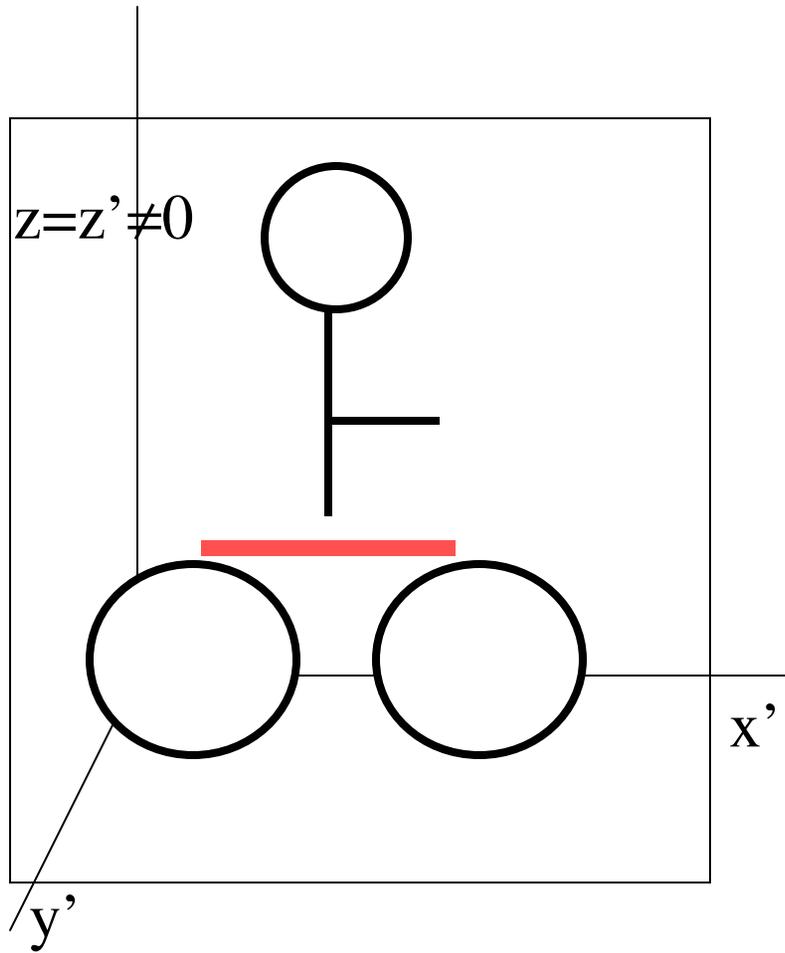
“Mr.Tompkins” di G.Gamow

Mr.Tompkins visita una città dove la velocità della luce è molto piccola.Osserva un uomo in bicicletta e secondo le contrazioni di Lorentz lo vede appiattito.Ma sappiamo che le contrazioni di Lorentz, non sono le stesse se viste da un singolo osservatore che non fa correzioni per il fatto che la luce che lui vede lascia le diverse parti dell'oggetto a tempi diversi.

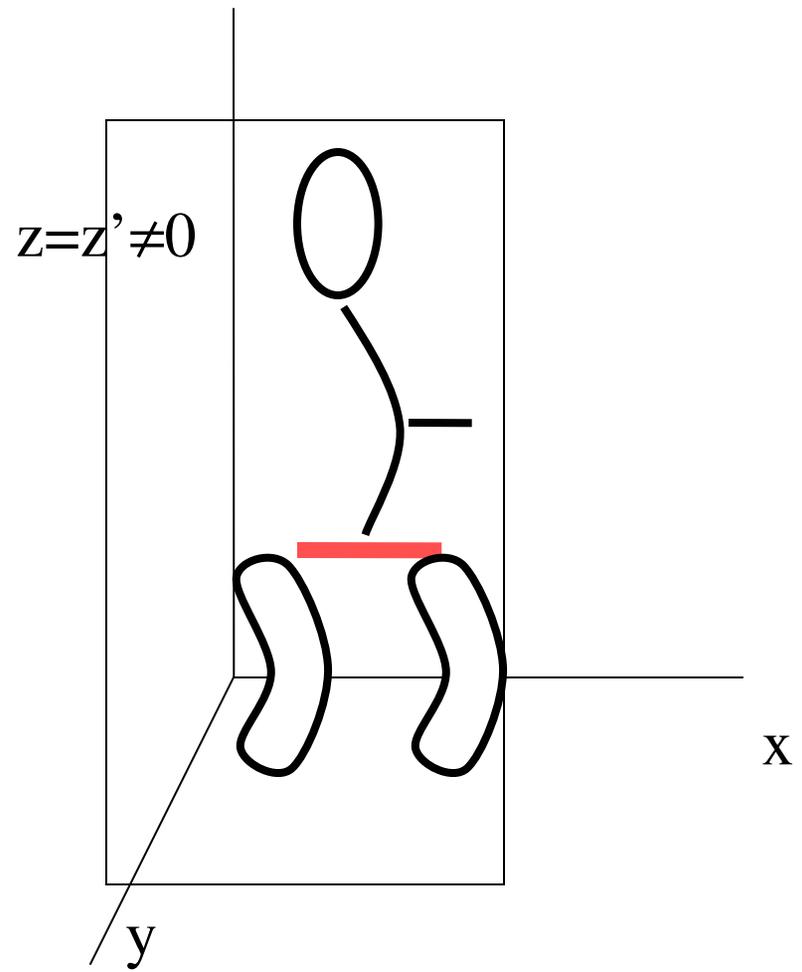


Unglaublich verkürrt

Da <http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de>



Ciclista a riposo in S'



Ciclista visto da O

- La testa appare distorta.
- Braccia e telaio della bici appaiono come linee rette ma di diversa lunghezza a seconda della posizione.
- Il busto del ciclista appare curvato indietro.
- Le ruote appaiono ellittiche e curvate indietro (forma di hot dog).