Scattering
Cinematica Relativistica

IX – Cinematica ai colliders adronici

Colliders adronici - I

ISR = Intersecting Storage Ring (CERN anni '70)
pp 31 GeV/fascio

S$p\bar{p}$S = Super $p\bar{p}$ Synchrotron (CERN anni '80)
$p\bar{p}$ 270-310 Gev/fascio

Tevatron (Fermilab dagli anni '90)
$p\bar{p}$ 1 TeV/fascio

RHIC = Relativistic Heavy Ion Collider (BNL 3^0 millennio)
ioni 200 GeV/nucleone*fascio

LHC = Large Hadron Collider (CERN 3^0 millennio)
pp 7 TeV/fascio
ioni 2.7 TeV/nucleone*fascio

Colliders adronici - II

Caratteristiche essenziali:

$\sqrt{s}$ (molto) elevata

Luminosita' (relativamente) bassa

Zona di interazione piccola

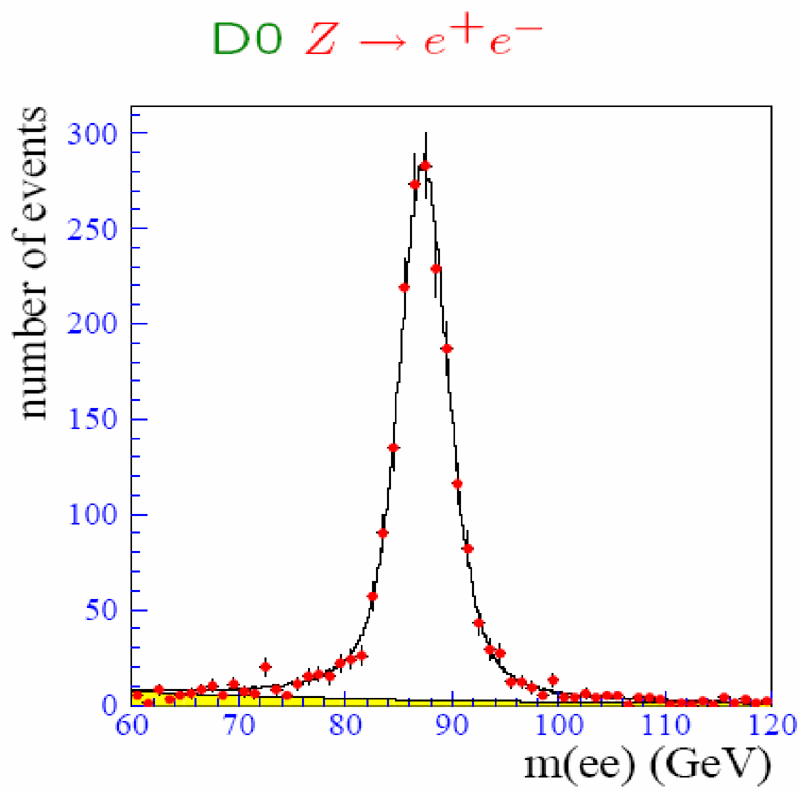
Molteplicita' (n. di tracce) elevata

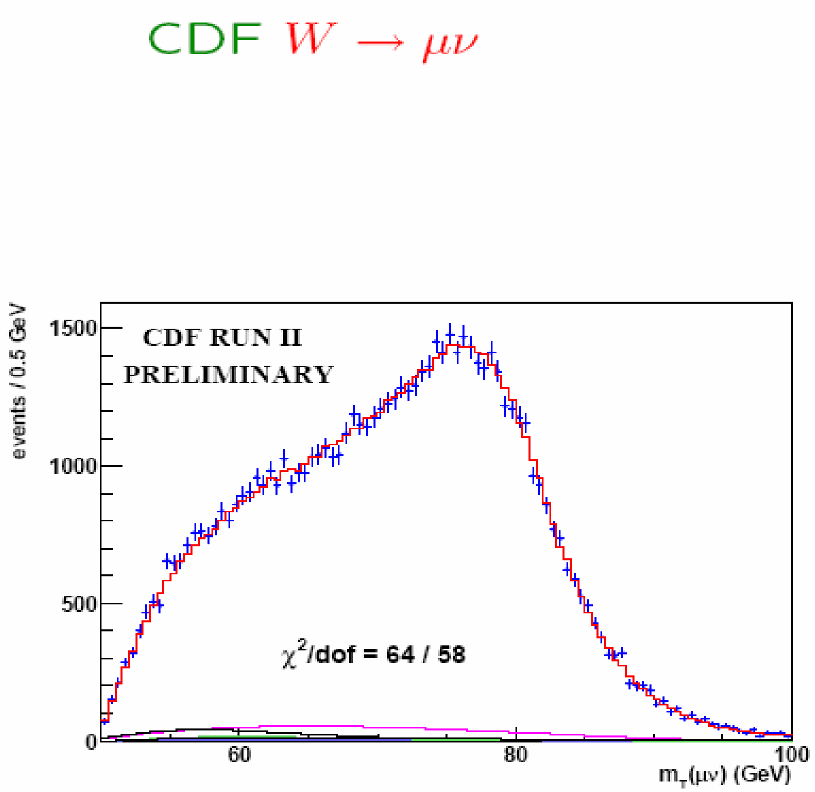
Difficolta' a coprire i coni in avanti/indietro

→*Non realistico puntare a ricostruzione completa dell'evento*

Cinematica completa e incompleta

Decadimenti dei bosoni elettrodeboli





Cinematica partonica - I

Riferimento del CM: quasi sempre coincide con il LAB

Eccezione importante: ISR (angolo di collisione 15^0)
Eccezione non importante: LHC (angolo di collisione 0.01^0)

Ma: il CM della collisione fra costituenti (CM partonico) diverso dal CM $\rightarrow E_{tot}, p_{\parallel}$ della collisione partonica non conosciuti

Quindi: stato iniziale conosciuto solo parzialmente

Necessario separare la cinematica della collisione in:

Trasversa : Condizioni iniziali conosciute
Longitudinale : Condizioni iniziali sconosciute

Cinematica partonica - II

Grandezze cinematiche utili:

Rapidita':

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E+p_{\parallel}}{E-p_{\parallel}} \leftrightarrow p_z = E\tanh y$$

Pseudorapidita' (utile ad alta energia):

$$\eta = -\ln\left(\tan\frac{\theta}{2}\right)$$

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E+p_{\parallel}}{E-p_{\parallel}} \approx \frac{1}{2}\ln\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} = -\frac{1}{2}\ln\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} = -\frac{1}{2}\ln\frac{\sin^2\theta/2}{\cos^2\theta/2}$$

$$\rightarrow y \approx -\frac{1}{2}\ln\left(\tan^2\theta/2\right) = -\ln\left(\tan\theta/2\right)$$

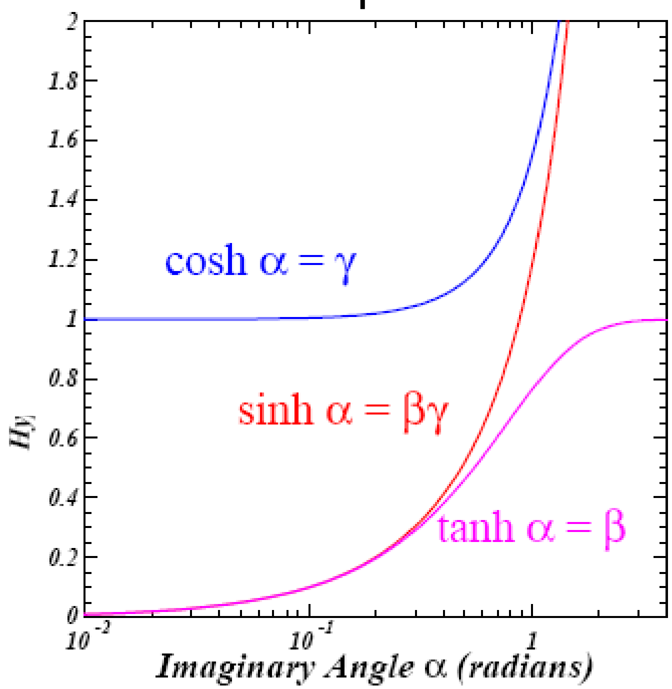
Cinematica partonica - III

Esempi: $P_T = 0 \rightarrow y_{\max}$

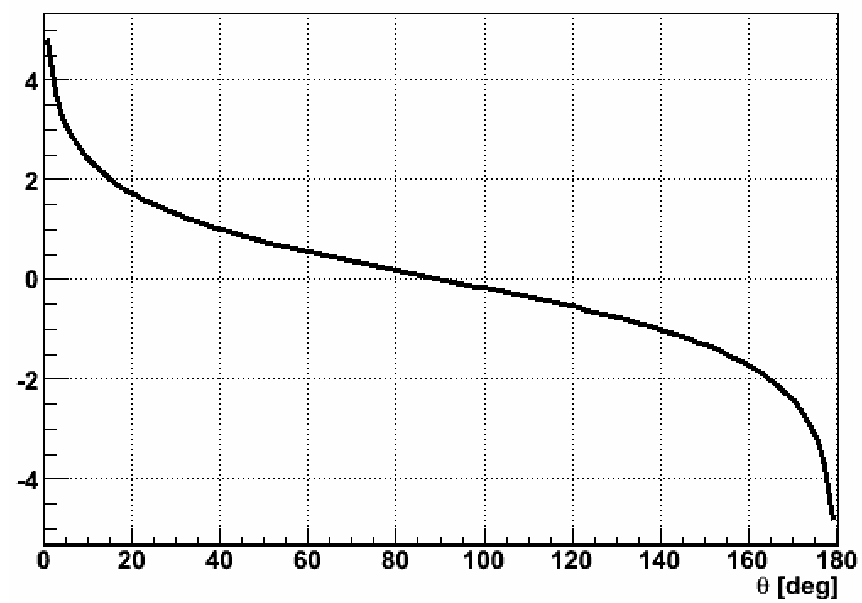
$pp, p\bar{p}$

TeV	2	14
$y_{\max}$	7.7	9.6

Funzioni iperboliche



Pseudorapidita' e angolo polare



Cinematica partonica - IV

Proprieta' principale:

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E+p_{\parallel}}{E-p_{\parallel}} \rightarrow \frac{1}{2}\ln\frac{\gamma\left(E+\beta p_{\parallel}\right)+\gamma\left(p_{\parallel}+\beta E\right)}{\gamma\left(E+\beta p_{\parallel}\right)-\gamma\left(p_{\parallel}+\beta E\right)}$$

$$= \frac{1}{2}\ln\frac{\left(E+p_{\parallel}\right)\left(1+\beta\right)}{\left(E-p_{\parallel}\right)\left(1-\beta\right)} = \frac{1}{2}\ln\frac{\left(E+p_{\parallel}\right)}{\left(E-p_{\parallel}\right)} + \frac{1}{2}\ln\frac{\left(1+\beta\right)}{\left(1-\beta\right)}$$

Ossia:

$$y \rightarrow y + y_b$$

Rapidita': grandezza additiva

Cinematica partonica - V

Elemento di volume nello spazio degli impulsi:

$$d^3\mathbf{P} = P^2 dP d\Omega = dP_{\parallel} P_T dP_T d\varphi$$

$$\frac{d^3\mathbf{P}}{E} = \frac{dP_{\parallel} P_T dP_T d\varphi}{E}$$

$$dy = \frac{dP_{\parallel}}{E} \rightarrow \frac{d^3\mathbf{P}}{E} = dy P_T dP_T d\varphi$$

$$\int \left(dy P_T dP_T \right) d\varphi = 2\pi dy P_T dP_T = 2\pi dy \frac{1}{2} d\left(P_T^2\right) = \pi dy d\left(P_T^2\right)$$

Sezione d'urto differenziale per una data particella. inclusiva:

Forma invariante

$$\rightarrow \frac{d\sigma}{\frac{d^3\mathbf{P}}{E}} = E\frac{d\sigma}{d^3\mathbf{P}} = \frac{1}{\pi}\frac{d\sigma}{dyd\left(P_T^2\right)} = \frac{1}{2\pi P_T}\frac{d\sigma}{dydP_T}$$

Cinematica partonica - VI

Richiamo:
Trasformazione di Lorentz della *parte longitudinale* di un 4-vettore:

$$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh y & -\sinh y \\ -\sinh y & \cosh y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix}$$

Quindi:

$$\rightarrow \begin{pmatrix} p_{\|}' \\ E' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh y & -\sinh y \\ -\sinh y & \cosh y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_{\|} \\ E \end{pmatrix}$$

Limite di alta energia:

$$\rightarrow \begin{pmatrix} p_{\|}' \\ E' \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} \cosh \eta & -\sinh \eta \\ -\sinh \eta & \cosh \eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_{\|} \\ E \end{pmatrix}$$

Cinematica partonica - VII

Grandezze longitudinali

$$\begin{cases} P_A = \left(E_A, 0, 0, p_A\right) \\ P_B = \left(E_A, 0, 0, -p_A\right) \end{cases}$$

4-impulsi delle particelle incidenti

$$\begin{cases} p_1 = x_1 P_A \\ p_2 = x_2 P_B \end{cases}$$

4-impulsi dei partoni incidenti

$$\beta_{CM} = \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2}$$

Vel. del CM partonico nel CM=LAB

$$y_{CM} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\beta_{CM}}{1-\beta_{CM}} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2}$$

Rapidita' del CM partonico nel CM=LAB

$$\begin{pmatrix} E' \\ p_\parallel' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta_{CM} \\ -\gamma\beta_{CM} & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_\parallel \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh y_{CM} & -\sinh y_{CM} \\ -\sinh y_{CM} & \cosh y_{CM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_\parallel \end{pmatrix}$$

Cinematica partonica - VIII

Grandezze trasverse

$$p_T^2 = p_x^2 + p_y^2$$

$$p_T = p\sin\theta$$

$$E_T^2 = p_x^2 + p_y^2 + m^2 = p_T^2 + m^2 = E^2 - p_\parallel^2$$

$$p_\parallel = E\tanh y$$

$$E_T^2 = E^2 - p_\parallel^2 = E^2 - E^2\tanh^2 y$$

$$\to E = E_T\cosh y$$

$$\to p_\parallel = E_T\sinh y$$

$$y \approx -\ln\left(\tan\theta/2\right)$$

$$\to E_T = E\left(1-\tanh^2 y\right)^{1/2} \approx E\left(1-\frac{\dfrac{\cos\theta/2}{\sin\theta/2}-\dfrac{\sin\theta/2}{\cos\theta/2}}{\dfrac{\cos\theta/2}{\sin\theta/2}+\dfrac{\sin\theta/2}{\cos\theta/2}}\right)^{1/2} = E\left[1-\left(\cos^2\theta/2-\sin^2\theta/2\right)\right]^{1/2}$$

$$\to E_T \approx E\sin\theta$$

Cinematica partonica - IX

Componenti di un 4-impulso in termini di quantita' trasverse e rapidita':

$$p = \left(E,\ \underbrace{P_x, P_y}_{P_T^2 = P_x^2 + P_y^2},\ \underbrace{P_z}_{P_{\|} = P_z} \right)$$

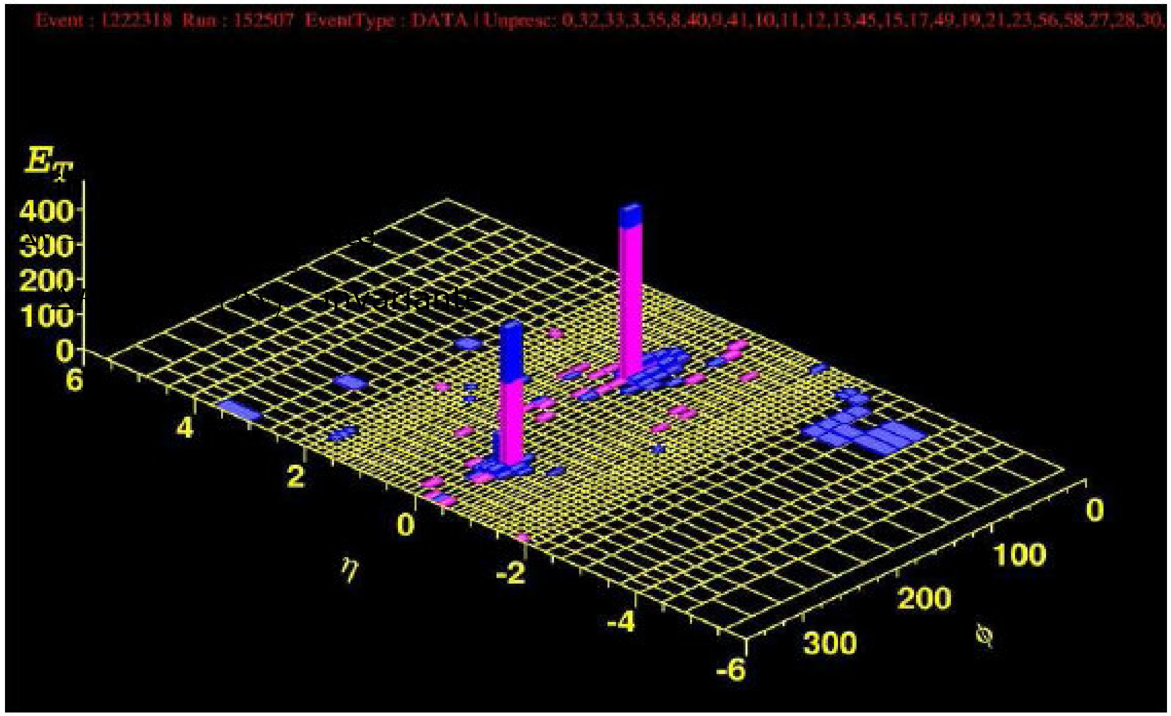
$$P_T = \sqrt{P^2 - P_{\|}^2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} P = P_T \cosh\eta \\ P_{\|} \simeq P_T \sinh\eta \end{cases}$$

$$E \approx P, E_T \approx P_T$$

$$\rightarrow p \approx \left(E_T \cosh y, E_T \sin\phi, E_T \cos\phi, E_T \sinh y \right)$$

LEGO - plot



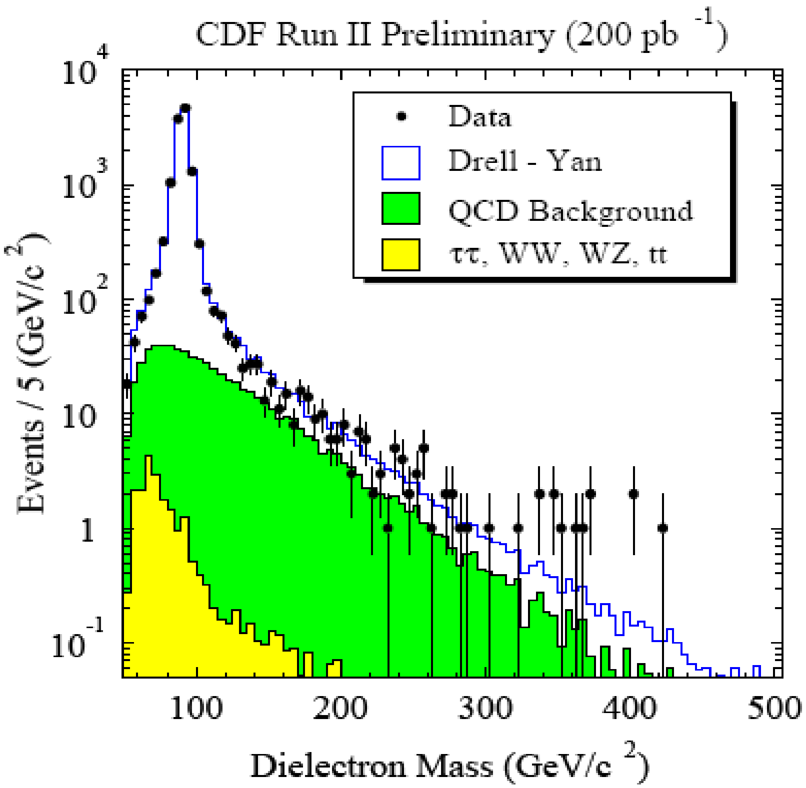
A CDF di-jet event on a lego plot in the $\eta - \phi$ plane.

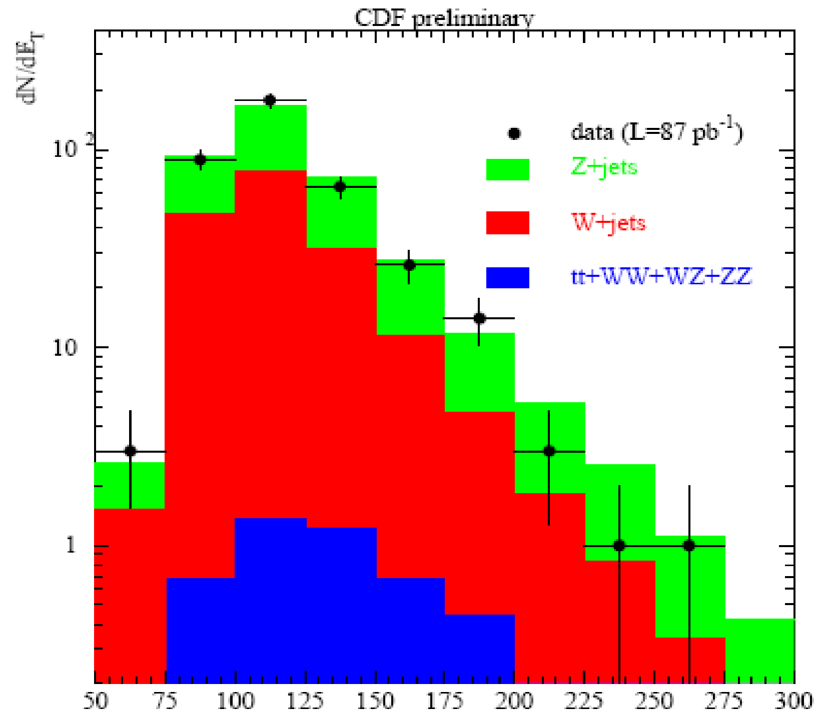
$\Delta\phi, \Delta y$ invarianti

$\rightarrow \Delta R = \sqrt{(\Delta\phi)^2 + (\Delta y)^2}$ invariante

Quindi: separazione fra i jet indipendente dalla x dei partoni iniziali

Uso della cinematica





E_T mancante

Scoperta del bosone W - I

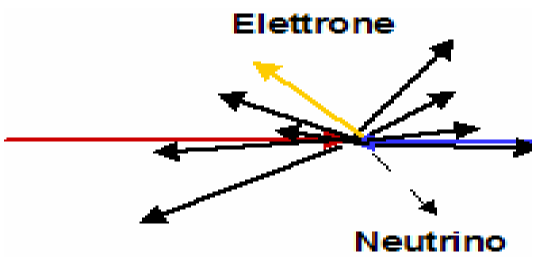
Reazione studiata al collider del CERN:

$$p + \overline{p} \to W^+ + X$$

Corrispondente processo partonico (= fra costituenti del protone)

$$q + \overline{q} \to W^+ \to X$$

Modo di decadimento osservato per il W:



$$W^+ \to e^+ + \nu_e$$

Osservabili rilevanti:

E_e Energia dell'elettrone

$E_{T\ \text{missing}} = 0 - E_T^{\text{vista}} \approx \sum_{i=1,Ntracce} E_i \sin\theta_i$ Energia trasversa mancante nell'evento

Scoperta del bosone *W* - II

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} = \text{ funzione di } \cos\theta^* \text{ a variazione lenta}$$

$$\frac{d\sigma}{dp_T} = \frac{d\sigma}{d\cos\theta^*}\frac{d\cos\theta^*}{dp_T}$$

$$p_T = p^*\sin\theta^* = \frac{M_W}{2}\sin\theta^*$$

$$\rightarrow \sin\theta^* = \frac{2p_T}{M_W}$$

$$\rightarrow \cos\theta^* = \sqrt{1-\sin^2\theta^*} = \sqrt{1-\left(\frac{2p_T}{M_W}\right)^2}$$

$$\rightarrow \frac{d\cos\theta^*}{dp_T} = \frac{\frac{4p_T}{M_W}}{2\sqrt{1-\left(\frac{2p_T}{M_W}\right)^2}} = \frac{2p_T}{M_W\sqrt{1-\left(\frac{2p_T}{M_W}\right)^2}}$$

$$\rightarrow \frac{d\sigma}{dp_T} = A\left(\cos\theta^*\right)\frac{d\cos\theta^*}{dp_T} \approx K\frac{2p_T}{M_W\sqrt{1-\left(\frac{2p_T}{M_W}\right)^2}}$$

Picco jacobiano

Misura massa del *W*

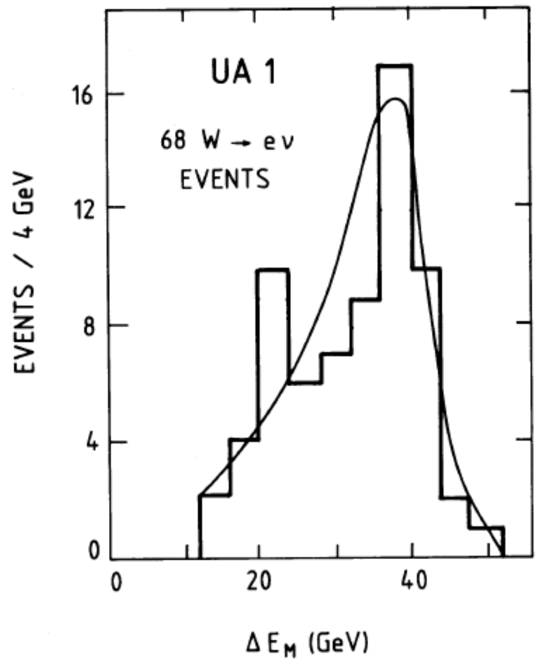


Fig. 14. The distribution of the missing transverse energy for those events in which there is a single electron with E_T>15 GeV, and no coplanar jet activity. The curve represents the resolution function for no missing energy normalized to the three lowest missing-energy events.