Qualche osservazione sugli 'stati chirali' dell'interazione debole

Vista una certa tendenza a rimanere confusi dalle curiose proprieta' della struttura di Lorentz delle interazioni deboli, sembra utile provare a far notare alcune peculiarita' degli *stati chirali*, per particelle prive di massa e per particelle massive. In realta', parte del problema nasce dal confondere gli "spinori chirali" u_L, u_R con gli stati fisici delle particelle coinvolte.
Come si ricordera', gli spinori chirali sono definiti tramite

$$u_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)u \quad u \text{ spinore soluzione dell'eq. di Dirac libera}$$

Questi spinori hanno sempre *chiralita'* definita,

$$\gamma_5 u_{L,R} = \gamma_5 \left[\frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)u\right] = \mp u_{L,R}$$
$$\gamma_5 \text{ operatore chiralita'}$$

ma hanno proprieta' diverse per cio' che riguarda l'elicita', a seconda della massa:

$$m = 0 \rightarrow u_{L,R} \quad \text{hanno elicita' definita}$$
$$m \neq 0 \rightarrow u_{L,R} \quad \text{non hanno elicita' definita}$$

Infatti, per una particella di Dirac libera:

$$\left[\gamma_5, H_{free}\right] \begin{cases} = 0 \text{ se } m = 0 \rightarrow \text{Autostati di } \gamma_5 \text{ sono stati stazionari} \\ \neq 0 \text{ se } m \neq 0 \rightarrow \text{Autostati di } \gamma_5 \text{ non sono stati stazionari} \end{cases}$$

Gli spinori chirali sono sovrapposizioni di stati stazionari, e degeneri, a elicita' definita: si ricordi che H_{free} ed elicita' commutano.

Gli spinori chirali *L/R* sono i soli che intervengono nell'interazione debole in corrente carica, che di fatto percio' "conosce solo un lato del fermione": a differenza di quella elettromagnetica, la corrente debole carica fa intervenire, in modo invariante, le sole parti *L* dello stato di qualsiasi fermione (*R* per l'antifermione)

La scomposizione di uno spinore chirale in componenti a elicita' definita si scrive, per il caso generale di una particella massiva:

$$u_{\pm}(p)=\begin{pmatrix}\chi\\ \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{E+m}\chi\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\chi\\ \dfrac{|\mathbf{p}|\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{(E+m)|\mathbf{p}|}\chi\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\chi\\ \dfrac{p}{E+m}h\chi\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\chi\\ \pm\dfrac{p}{E+m}\chi\end{pmatrix}$$

$$\rightarrow u_{\pm}(p)=\underbrace{\frac{1+\gamma_5}{2}u_{\pm}(p)}_{u_R(p)}+\underbrace{\frac{1-\gamma_5}{2}u_{\pm}(p)}_{u_L(p)}$$

$$\rightarrow u_{R,L}=\frac{1}{2}\left(1\pm\frac{p}{E+m}\right)u_{+}(p)+\frac{1}{2}\left(1\mp\frac{p}{E+m}\right)u_{-}(p)$$

L'intensita' delle componenti a elicita' definita, e la polarizzazione longitudinale (= val. medio dell'elicita'), risultano cosi' nei due stati R,L:

$$W_{+}^{(R)}=\frac{\left(\dfrac{E+m+p}{E+m}\right)^2}{\left(\dfrac{E+m+p}{E+m}\right)^2+\left(\dfrac{E+m-p}{E+m}\right)^2}=\frac{(E+m+p)^2}{(E+m+p)^2+(E+m-p)^2}$$

$$\frac{\left(1+\dfrac{1}{\gamma}+\beta\right)^2}{\left(1+\dfrac{1}{\gamma}+\beta\right)^2+\left(1+\dfrac{1}{\gamma}-\beta\right)^2}=\frac{\left(1+\sqrt{1-\beta^2}+\beta\right)^2}{\left(1+\sqrt{1-\beta^2}+\beta\right)^2+\left(1+\sqrt{1-\beta^2}-\beta\right)^2}$$

$$=\frac{\left(\left(\sqrt{1+\beta}\right)^2+\sqrt{1-\beta^2}\right)^2}{\left(\left(\sqrt{1+\beta}\right)^2+\sqrt{1-\beta^2}\right)^2+\left(\left(\sqrt{1-\beta}\right)^2+\sqrt{1-\beta^2}\right)^2}$$

$$=\frac{(1+\beta)\cancel{\left(\left(\sqrt{1+\beta}\right)+\sqrt{1-\beta}\right)^2}}{(1+\beta)\cancel{\left(\left(\sqrt{1+\beta}\right)+\sqrt{1-\beta}\right)^2}+(1-\beta)\cancel{\left(\left(\sqrt{1-\beta}\right)+\sqrt{1+\beta}\right)^2}}=\frac{1+\beta}{2}=W_{-}^{(L)}$$

$$W_{+}^{(L)}=W_{-}^{(R)}=\frac{1-\beta}{2}$$

$$P_R=\frac{W_{+}^{(R)}-W_{-}^{(R)}}{W_{-}^{(R)}+W_{-}^{(R)}}=\frac{\dfrac{1+\beta}{2}-\dfrac{1-\beta}{2}}{\dfrac{1+\beta}{2}+\dfrac{1-\beta}{2}}=+\beta, P_L=-\beta$$

Occorre fare attenzione a non cadere in equivoci legati a un'estrapolazione arbitraria di queste conclusioni. Si consideri, a titolo di esempio, il caso del decadimento del pione carico: si puo' essere superficialmente stupiti del fatto che lo "spinore chirale" risulti in questo caso in uno stato finale, *osservato nel centro di massa del decadimento,* a elicita' definita per il fermione massivo. Infatti, come si ricordera'

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu, e^+ + \nu_e$$

$$\nu_\mu, \nu_e : L, -1$$

Corrente carica, conservazione del mom. angolare:

chiralita' ed elicita' opposte per il leptone massivo

$$\mu^+, e^+ : R, h = -1 \to \left|W_R^-\left(\mu^+\right)\right|^2 \gg \left|W_R^-\left(e^+\right)\right|^2 \sim 0$$

Perche' il positrone, o il muone +vo, vengono sempre osservati in uno stato a elicita' negativa, invece che in una miscela? Questo avviene perche' nel decadimento, indipendentemente dalla forma V-A dell'interazione corrente-corrente (che viola la parita', ma e' invariante per rotazioni) viene conservato il momento angolare. Quindi, l'elemento di matrice produce una sovrapposizione di elicita' consistente con la conservazione del momento angolare: la prob. di transizione per unita' di tempo, *nel riferimento del CM* del pione, e' zero per gli stati finali in cui positrone o μ^+ hanno elicita' positiva. Si noti l'importanza dell'inciso in corsivo, che di solito viene omesso nelle descrizioni del processo: in altri riferimenti l'elicita' del muone o del positrone cambia.