CdL in Matematica - Tutoraggio di Fisica II

Esercizi proposti

1. Quattro cariche puntiformi positive, di egual valore q, sono poste nei punti di coordinate (x=0, y=a, z=a), (0, -a, a), (0, a, -a), (0, -a, -a). Calcolare le espressioni del potenziale e del campo elettrostatico lungo l'asse x. Se $a = 5$ cm e $q = 10^{-8}$ C, calcolare il lavoro W necessario per spostare una delle quattro cariche dal punto (0, -a,-a) al punto (0, a, 0).

[$\vec{E}$(x,0,0) $= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{4qx}{(x^2+2a^2)^{3/2}}\vec{u}_x$, V(x,0,0) $= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{4q}{\sqrt{x^2+2a^2}}$, W = 19.7 μJ]

2. Tra due superficie cilindriche indefinite coassiali, di raggi $R_1 = 10$ cm e $R_2 = 20$ cm, è distribuita una carica con densità costante $\rho = 17.72 \cdot 10^{-8}$ C/m^3. Determinare l'espressione del campo elettrostatico in funzione della distanza r dall'asse del sistema e calcolare il lavoro W che bisogna compiere per portare un protone dalla superficie esterna all'asse.

[$E(r) = 0$ per $r<R_1$, $E(r)=\rho(r^2-R_1^2)/(2r\epsilon_0)$ per $R_1 <r<R_2$, $E(r)=\rho(R_2^2-R_1^2)/(2r\epsilon_0)$ per $r>R_2$, W = 80.7 eV = $1.3 \cdot 10^{-17}$ J]

3. Si consideri il circuito di Fig. 1. La f.e.m. f vale 10 V, la resistenza interna r del generatore vale 2 Ω, le resistenze valgono $R_1 = 10\ \Omega$ e $R_2 = 5\ \Omega$. Si calcoli la differenza di potenziale tra i punti A e B.

[8.33 V]

4. Si consideri il circuito di Fig. 2. Il condensatore, di capacità C = 4 μF, è inizialmente carico con carica q_0. Al tempo t = 0, si chiude l'interruttore I. La resistenza vale R = 5 MΩ. Calcolare dopo quanto tempo l'energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore si riduce alla metà del valore iniziale.

[6.9 s]

5. Si considerino i tre condensatori di Fig. 3. La d.d.p. V_A - V_B vale 100 V e la

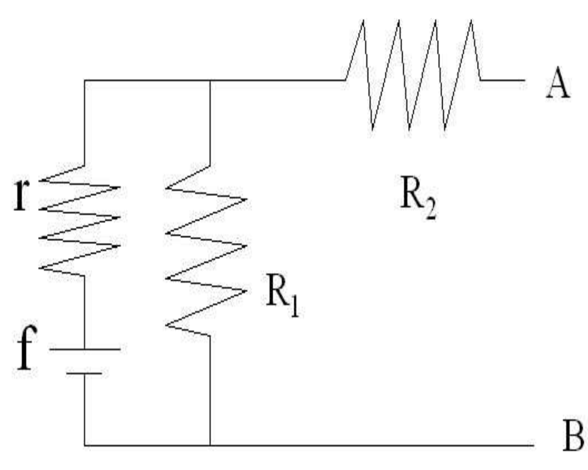

Figure 1:

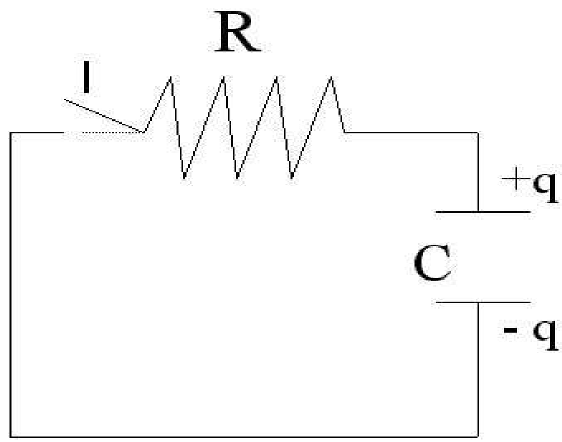

Figure 2:

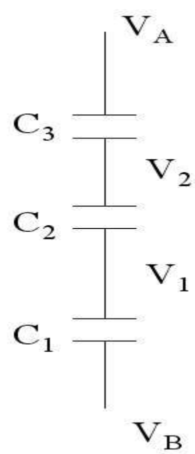

Figure 3:

capacità equivalente del sistema vale C = 100 pF. Calcolare i valori delle capacità C_1, C_2 e C_3 tali che, rispetto a V_B, sia V_1 = 50 V e V_2 = 70 V.

[C_1 = 200 pF, C_2 = 500 pF, C_3 = 333 pF]

6. Si consideri il sistema di due condensatori di Fig. 4. I due condensatori sono inizialmente carichi in modo che V_A-V_C = V_1 e V_B-V_C = V_2. Al tempo t = 0 l'interruttore I viene chiuso e la corrente è libera di fluire nel circuito. Calcolare la corrente nel circuito e l'energia totale W_R dissipata nella resistenza R. (Suggerimento: uno dei due condensatori si carica e l'altro si scarica..)

[i(t)= $\frac{V_1-V_2}{R}e^{-t/(RC)}$, $W_R = C(V_1\text{-}V_2)^2/2$, con $C = C_1C_2/(C_1+C_2)$]

7. Un protone non relativistico di energia cinetica E_k = 50 MeV si muove lungo l'asse x ed entra in un campo magnetico di intensità 0.5 T diretto lungo l'asse z. Il campo magnetico si estende da x = 0 a x = L = 1 m. Calcolare l'angolo α che la velocità del protone forma con l'asse x all'uscita dal campo magnetico e la coordinata y del punto di uscita.

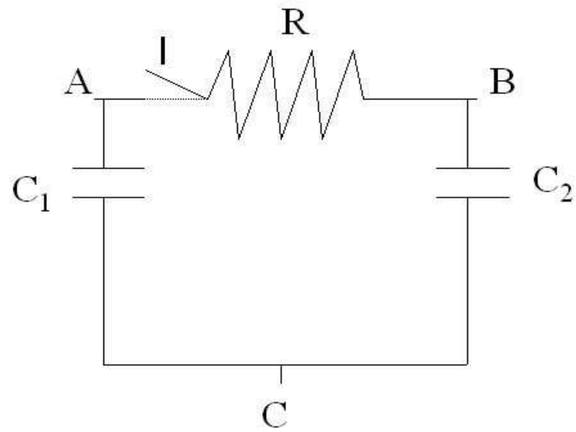

Figure 4:

[α = 29.3°, y = -0.26 m]

8. Un elettrone si trova nell'origine a t = 0, con velocità $\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$. Su di esso agiscono un campo magnetico uniforme di modulo B e un campo elettrico uniforme di modulo E, entrambi orientati come l'asse z. Trovare l'espressione del vettore posizione $\vec{r}$ = (x,y,z) dell'elettrone in funzione del tempo. Scrivere l'equazione della proiezione sul piano xy della traiettoria. Discutere qualitativamente come sarebbe cambiata la traiettoria se invece di un elettrone si avesse avuto a) un anti-elettrone b) un protone c) un anti-protone.

[$x(t) = (v_{0x}/\omega)\sin\omega t + (v_{0y}/\omega)(\cos\omega t - 1)$, $y(t) = (v_{0y}/\omega)\sin\omega t + (v_{0x}/\omega)(1-\cos\omega t)$, con $\omega = eB/m_e$, $z(t) = v_{oz}t - eEt^2/(2m_e)$, $(x+v_{0y}/\omega)^2 + (y-v_{0x}/\omega)^2 = (v_{0x}^2+v_{0y}^2)/\omega^2$, per l'anti elettrone traiettoria simmetrica a quella dell'elettrone rispetto all'origine, per il protone traiettoria analoga all'anti-elettrone con raggio maggiore di un fattore m_p/m_e, per l'anti-protone traiettoria analoga all'elettrone con raggio maggiore di un fattore m_p/m_e]

9. Una spira quadrata di lato a = 20 cm (e di massa trascurabile) giace nel piano xy. Due dei quattro angoli sono l'origine e il punto di coordinate (a,a). Nella spira scorre una corrente I = 5 A, in senso antiorario (vista dall'alto). Nella regione è presente un campo magnetico $\vec{B} = \alpha x \vec{u}_z$, con α = 0.2 T/m. Calcolare la forza $\vec{F}$ che agisce sulla spira e l'energia potenziale magnetica U_p del sistema.

[$\vec{F} = I\alpha a^2 \vec{u}_x$ = (0.04 N)$\vec{u}_x$, $U_p = -I\alpha a^3/2$ = -4 mJ]

10. Una bobina è composta da 100 spire rettangolari di lati a =40 cm e b = 30 cm. In essa, disposta come in figura 5, scorre una corrente I = 1.2 A, nel verso indicato. Nella regione agisce un campo magnetico $\vec{B} = B\vec{u}_x$, con B = 0.8 T. Calcolare il momento meccanico $\vec{M}$ agente sulla bobina; in che direzione ruoterà la bobina per effetto del campo magnetico?

[$\vec{M}$ = -(9.98 Nm)$\vec{u}_y$, tenderà ad avvicinarsi all'asse z]

11. Una sottile striscia metallica indefinita di larghezza h è percorsa (nella

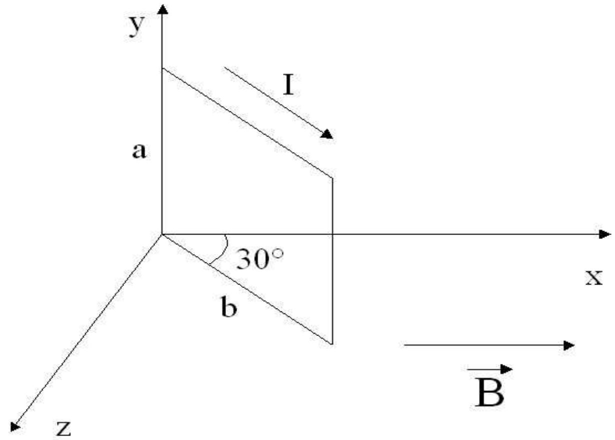

Figure 5:

direzione della lunghezza) dalla corrente I. Calcolare il campo magnetico B(x) in un punto che giace sullo stesso piano della striscia, a distanza x dal bordo. Mostrare che per x>>h il campo equivale a quello di un filo indefinito percorso dalla stessa corrente. Suggerimento: la striscia equivale a infiniti fili di larghezza infinitesima *dl* percorsi dalla corrente *di*=(I/h)*dl*.

[$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi h}\ln(1+h/x)\vec{u}_z$, per h<<x ln(1+h/x)$\simeq$h/x...]

12. Un conduttore cilindrico di raggio R è percorso da corrente con densità superficiale j, uniforme. Calcolare il campo magnetico in funzione della distanza r dall'asse del cilindro. Ripetere il calcolo per un conduttore cilindrico cavo di raggi a e b.

[B = $\mu_0 j$r/2 per r<R, B = $\mu_0 j R^2/(2r)$ per r>R, conduttore cavo: B = 0 per r<a, B = $\mu_0 j(r^2-a^2)/(2r)$ per a<r<b, B = $\mu_0 j(b^2-a^2)/(2r)$ per r>b]

13. Calcolare la carica totale Q che passa in una spira di resistenza R e superficie S immersa in un campo magnetico a essa perpendicolare, e variabile nel tempo secondo la legge B(t) = $(2B_0/\pi)$arctg(t/T), tra l'istante iniziale (t$\rightarrow -\infty$) e quello finale (t$\rightarrow +\infty$). Quanto vale Q per un andamento generico B(t) tale che $\lim_{t\to\pm\infty}$ B(t) = $\pm B_0$?

[Q = -2SB_0/R, in entrambi i casi]

14. Un circuito a forma di triangolo equilatero di lato b = 20 cm, massa m = 10 g e resistenza R = 0.5 Ω si muove nel piano xy con velocità v_0 = 5 m/s lungo l'asse x, mantendendo una delle sue altezze parallela all'asse x. Nel semipiano x>0 esiste un campo magnetico B costante e uniforme, perpendicolare al piano xy e di modulo 0.8 T. Calcolare la velocità della spira in funzione della distanza x percorsa dal vertice della spira a partire dall'istante t = 0 in cui inizia a entrare nel campo magnetico, la velocità v_1 con cui la spira si muove una volta entrata completamente nel campo magnetico, la carica q che percorre il circuito nell'intero processo.

[v(x) = v_0 - Kx^3, con K = 56.89 $m^{-2}s^{-1}$, v_1 = 4.71 m/s, q = 27.8 mC]

15. Due guide conduttrici parallele verticali, distanti b = 20 cm, sono chiuse all'estremo superiore da un resistore di resistenza R = 4 Ω. Il circuito è chiuso all'estremo inferiore da una sbarretta conduttrice di massa m = 10 g, che puó scivolare senza attrito, sotto l'azione del proprio peso. Il circuito è immerso in un campo magnetico di modulo B = 1 T, ortogonale al piano del circuito. Calcolare come variano nel tempo la velocità v(t) della sbarretta e la corrente i(t), i valori limite v_{lim} e i_{lim} raggiunti dopo un tempo molto lungo, l'energia W dissipata nel circuito per ogni centimetro percorso dalla sbarretta una volta raggiunti i valori limite.

[$v(t) = \frac{mgR}{B^2b^2}(1\text{-}e^{-\frac{B^2b^2t}{mR}})$, $i(t) = \frac{mg}{Bb}(1\text{-}e^{-\frac{B^2b^2t}{mR}})$, v_{lim} = 9.8 m/s, i_{lim} = 0.49 A, W = 0.98 mJ]

16. Una bobina quadrata di lato a = 2 cm e resistenza R = 0.1 Ω, disposta con due lati verticali, ruota con velocità angolare costante ω attorno all'asse verticale passante per il proprio centro. Essa è immersa in un campo magnetico B = 0.6 T, uniforme, ortogonale all'asse di rotazione, ed è alimentata da un generatore che fornisce la f.e.m. f = (0.2+0.24sinωt) V. Si osserva che durante il moto la corrente I nella bobina resta costante. Calcolare la corrente I e la velocità angolare ω.

[$\omega = 10^3$ rad/s, I = 2 A]

17. Una bobina circolare compatta, formata da N_1 = 3000 spire di raggio R = 25 cm è collegata a un misuratore di f.e.m; una seconda bobina compatta, coassiale alla prima e con la superficie ad essa parallela, composta da N_2 = 100 spire di raggio r = 0.5 cm, è percorsa dalla corrente I = 15 A e si muove lungo l'asse delle due bobine con velocità v = 20 m/s, costante. Scrivere l'espressione M(x) del coefficiente di induzione in funzione della distanza x tra i centri delle due bobine. Calcolare la f.e.m. indotta nella prima bobina quando x = 10 cm.

[$M(x) = \frac{\mu_0 N_1 N_2 R^2 \pi r^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$, 7.8 mV]