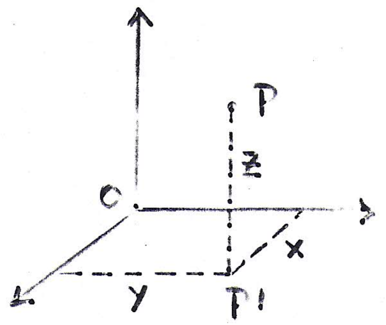
Astronomia sferica

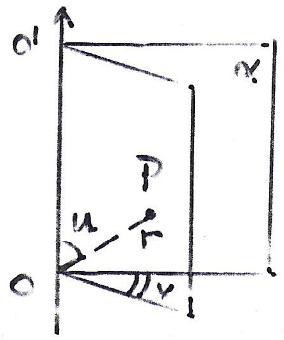
Sfera celeste : la superficie su cui appaiono proiettati i corpi celesti e i loro moti - L'illusione è rafforzata dal fatto che i corpi descrivono archi di cerchio nel volgere della notte / giorno da est verso ovest -

L'astronomia sferica definisce posizioni e moti apparenti stabilendo opportuni sistemi di coordinate

Posizione di un punto nello spazio



coordinate cartesiane



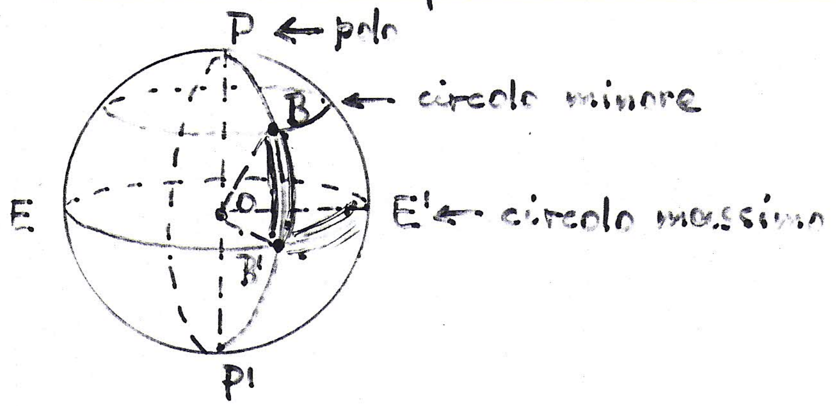
coordinate polari

Misure di angoli → gradi

radianti → $1\ \text{rad} = 57°17'45'' = 206265''$

ore → $360°/24 = 15°$

Posizione di un punto su una superficie sferica



$E'B'$ = ascissa sferica

$B'B$ = ordinata sferica

archi ↔ angoli sottesi in O

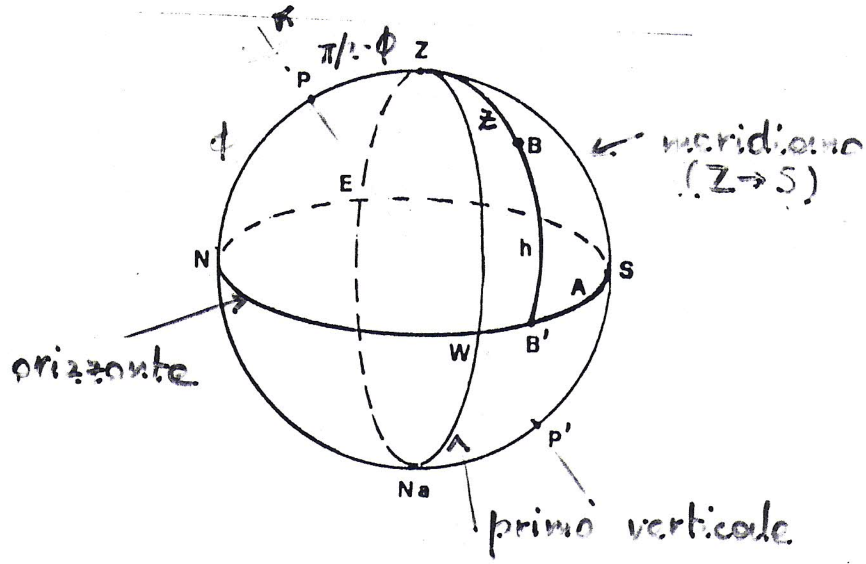
$$s = \underbrace{R}_{=1} \vartheta$$

ascissa = longitudine

ordinata = latitudine

Primo sistema di coordinate : coordinate altazimutali

Piano di riferimento = orizzonte celeste (NESW)
Punti " " = zenit (Z), nadir (Na)
↓ la direzione Z → Na è definita dal filo a piombo



A = azimut
h = altezza
z = distanza zenitale.

P = polo nord celeste
ϕ = latitudine astronomica

= 0 all'equatore.
= ±90° ai poli
< 0 emisfero australe.
> 0 " boreale.

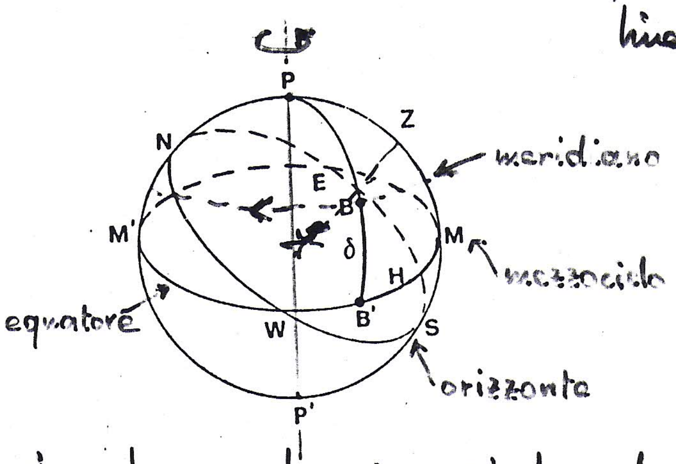
cerchi minori paralleli = almucantarat

Si tratta di un sistema strettamente locale : le coordinate degli astri dipendono dal luogo e dal tempo

L'orizzonte locale non coincide esattamente con quello geocentrico (definito dal centro della Terra)

Secondo sistema di coordinate : coordinate equatoriali (orarie)

Piano di riferimento = equatore celeste (MWM'E)
Punti " " = poli celesti (P, P') lungo la linea di rotazione terrestre

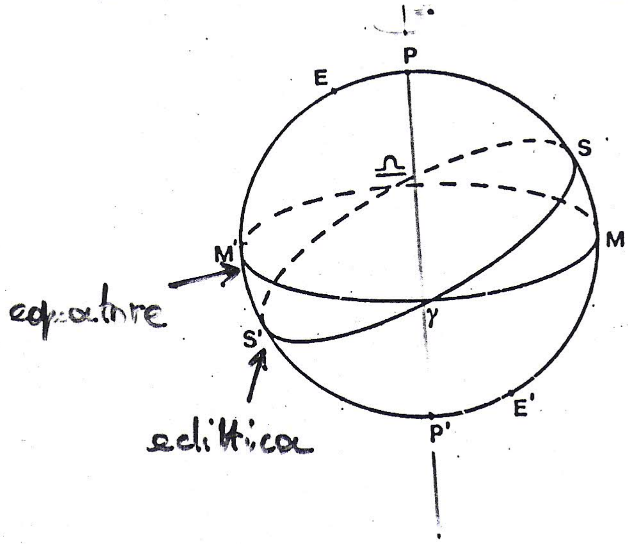


H = angolo orario (in ore)
δ = declinazione

Svincolamento parziale da effetti locali : ma H varia col tempo → i corpi celesti descrivono archi paralleli all'equatore culminando al meridiano (PZM).

Si definisce giorno siderale l'intervallo di tempo tra due successive culminazioni al meridiano (superiore) per le stelle.

Moto annuale del Sole attraverso la distribuzione di stelle fisse = eclittica → circolo massimo inclinato sull'equatore di 23° 26' 32"



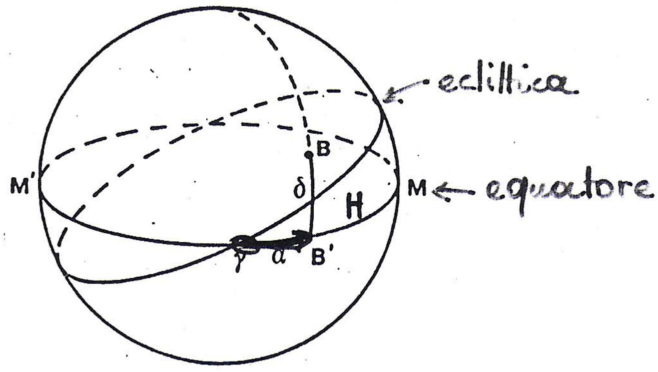
Punto γ = intersezione tra eclittica ed equatore all'equinozio di primavera (Sole in Ariete)

Punto Ω = equinozio di autunno (Sole nella Libra)

Terzo sistema di coordinate : coordinate equatoriali (celesti)

Il sistema più usato in astronomia. Si parte definendo il Tempo siderale = angolo orario del punto γ all'istante considerato $\rightarrow$ $t_s = 0$ transito al meridiano superiore
t_s

$t_s = H_\gamma$ ora siderale
tempo degli orologi astronomici



δ = declinazione (D)
α = ascensione retta (AR) $\downarrow$ in senso antiorario

Con δ e α si ha un sistema di coordinate equatoriali indipendente dal luogo e dal tempo

Importante relazione $\boxed{\alpha + H = t_s}$

L'ora segnata dagli orologi a tempo siderale nel momento in cui una stella culmina (al meridiano superiore) corrisponde all'ascensione retta della stessa
$\downarrow H \equiv 0$

Strumento dei passaggi + orologio astronomico $\rightarrow \alpha$

Stelle circumpolari $\rightarrow$ lo strumento dei passaggi fornisce h_1 e h_2 = altezze al meridiano inferiore e superiore

$\frac{h_1 + h_2}{2}$ = altezza del polo N = latitudine locale

$\frac{h_1 - h_2}{2}$ = d_p = distanza polare della stella = = complemento a δ

Montatura equatoriale dei telescopi

Puntamento tramite rotazione intorno a due assi perpendicolari
→ asse orario ∥ asse di rotazione terrestre (α, H)
→ asse di declinazione (δ)

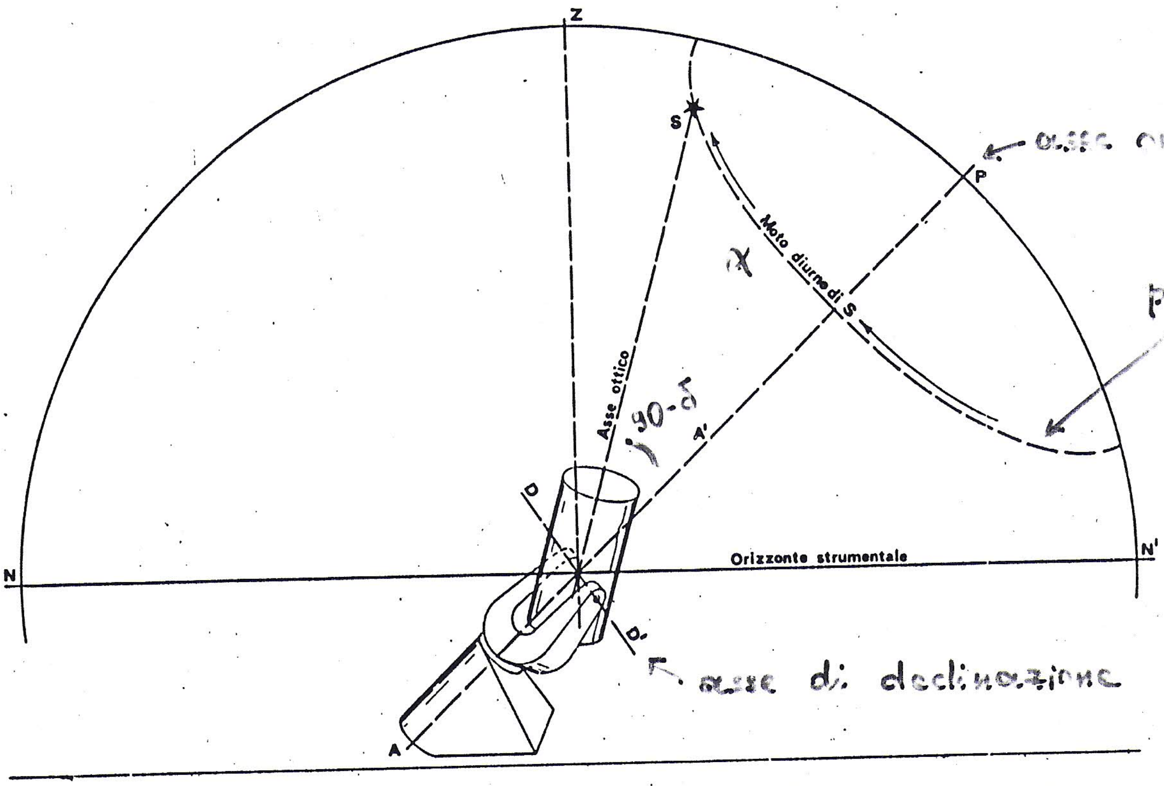
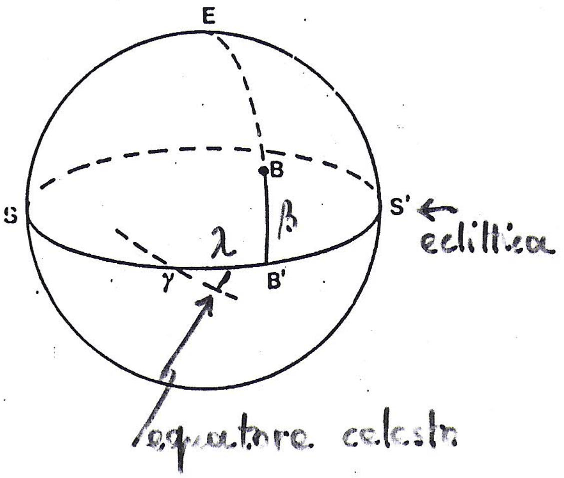


Fig. 3. Principio dell'equatoriale. P = polo celeste, Z = zenit, AA' = asse o rario, DD' = asse di declinazione.

Quarto sistema di coordinate : coordinate eclittiche

In disuso → Piano di riferimento = eclittica
Punti " " = normali all'eclittica

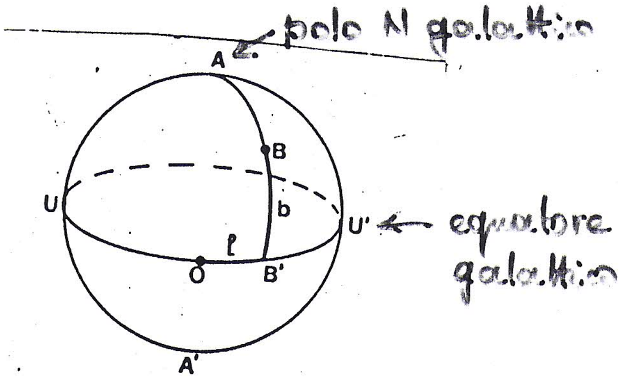


λ = longitudine eclittica
β = latitudine eclittica

Quinto sistema di coordinate : coordinate galattiche

Sistema del tutto indipendente dal riferimento terrestre

Piano di riferimento = disco galattico
Punti " " = poli galattici



ℓ = longitudine galattica
b = latitudine galattica

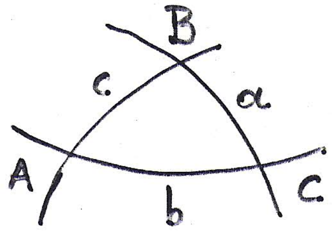
Scelta del punto O (origine delle longitudini) :
dal 1959 è la direzione del centro galattico al 1950

$\alpha = 17^h\, 42^m\!.4 \qquad \delta = -28°\, 55'$

Utile per rappresentare distribuzioni di oggetti galattici/extragalattici

Trasformazioni di coordinate → trigonometria sferica

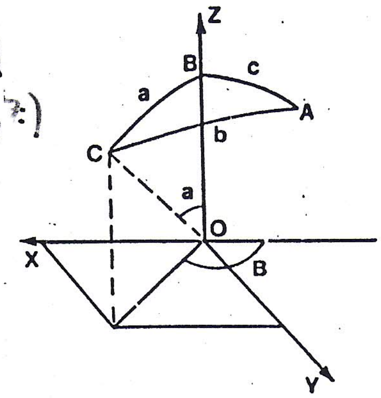
Triangolo sferico = triangolo tracciato su superficie sferica i cui lati siano tutti archi di cerchi massimi



↓ Si discute il caso di triangoli su sfera di raggio unitario → lati = (R) angoli al centro

---

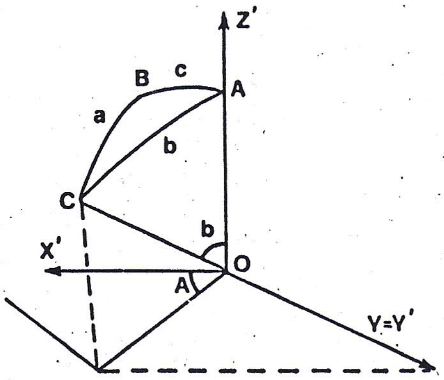
A e B nel piano (x, z)



$$C \begin{cases} X = -\sin a \cos B \\ Y = \sin a \sin B \\ Z = \cos a \end{cases}$$

rotazione di c intorno a Y ↓

$$\begin{cases} X = X'\cos(XX') + Y'\cos(XY') + Z'\cos(XZ') = \\ \quad = X'\cos c - Z'\sin c \\ Y = X'\cos(YX') + Y'\cos(YY') + Z'\cos(YZ') = Y' \\ Z = X'\cos(ZX') + Y'\cos(ZY') + Z'\cos(ZZ') = \\ \quad = X'\sin c + Z'\cos c \end{cases}$$



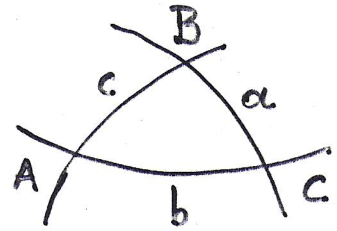
$$\begin{cases} X' = \sin b \cos A \\ Y' = \sin b \sin A \\ Z' = \cos b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \\ \sin a \sin B = \sin b \sin A \end{cases}$$

1° gruppo di Gauss

Trasformazioni di coordinate → trigonometria sferica

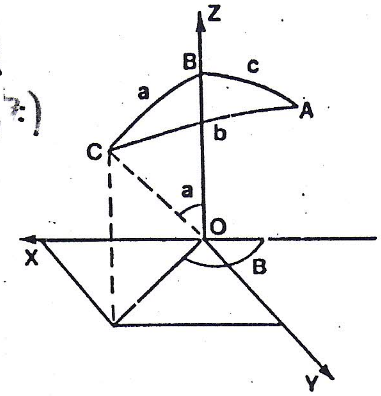
Triangolo sferico = triangolo tracciato su superficie sferica i cui lati siano tutti archi di cerchi massimi



↓ Si discute il caso di triangoli su sfera di raggio unitario → lati = (R) angoli al centro

---

A e B nel piano (x, z)

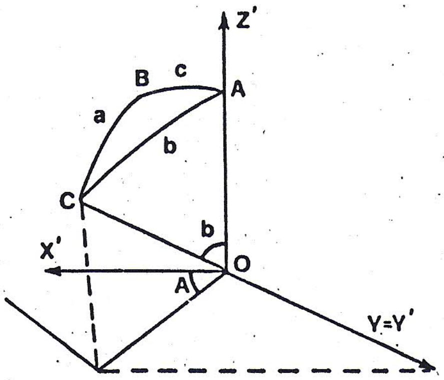


C:
$$\begin{cases} X = -\sin a \cos B \\ Y = \sin a \sin B \\ Z = \cos a \end{cases}$$

rotazione di c intorno a Y

↓

$$\begin{cases} X = X'\cos(XX') + Y'\cos(XY') + Z'\cos(XZ') = \\ \quad = X'\cos c - Z'\sin c \\ Y = X'\cos(YX') + Y'\cos(YY') + Z'\cos(YZ') = Y' \\ Z = X'\cos(ZX') + Y'\cos(ZY') + Z'\cos(ZZ') = \\ \quad = X'\sin c + Z'\cos c \end{cases}$$



$$\begin{cases} X' = \sin b \cos A \\ Y' = \sin b \sin A \\ Z' = \cos b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \\ \sin a \sin B = \sin b \sin A \end{cases}$$

1° gruppo di Gauss

Relazioni analoghe al 1º gruppo di Gauss si ottengono permutando circolarmente gli elementi

Formula dei seni:

$$\cos a - \cos b \cos c = \sin b \sin c \cos A$$

quadrando $\downarrow$

$$\sin^2 A \sin^2 b \sin^2 c = 1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cos b \cos c$$

$\downarrow$ permutando circolarmente, il II membro non cambia

$$\sin^2 A \sin^2 b \sin^2 c = \sin^2 B \sin^2 c \sin^2 a = \sin^2 C \sin^2 a \sin^2 b$$

$\downarrow$

$$\frac{\sin^2 b}{\sin^2 B} = \frac{\sin^2 a}{\sin^2 A} = \frac{\sin^2 c}{\sin^2 C}$$

$\leftarrow$ nei triangoli angoli e archi non superano mai 180°

$\downarrow$

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

Triangolo sferico rettangolo in A

$\rightarrow$ da III di Gauss

1) $\sin b = \sin a \sin B$

$\rightarrow$ da I e II di Gauss

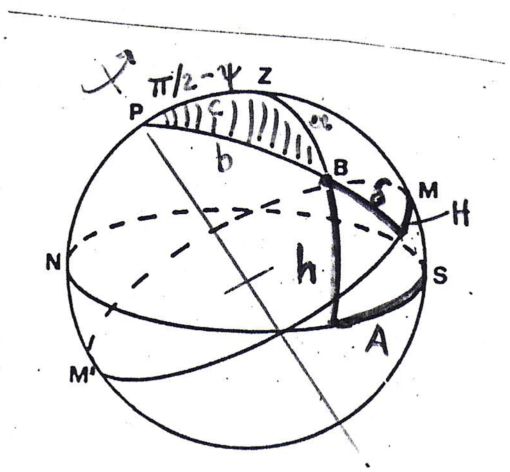
2) $\operatorname{tg} a \cos B = \operatorname{tg} c$

Trasformazione da coordinate altazimutali a equatoriali (orarie)

$\widehat{PB} = \pi/2 - \delta$ $\qquad$ $B\widehat{P}Z = H$

$\widehat{PZ} = \pi/2 - \psi$ $\qquad$ $P\widehat{Z}B = \pi - A$

$\widehat{ZB} = \pi/2 - h$



ψ = latitudine locale (geografica)

con Gauss :

$a = \pi/2 - h$

$b = \pi/2 - \delta$

$c = \pi/2 - \psi$

di Gauss

$A = H$

$B = \pi - A$ azimut

$$\boxed{\begin{aligned} \sin h &= \sin\delta \sin\psi + \cos\delta \cos\psi \cos H \\ -\cos h \cos A &= \sin\delta \cos\psi - \cos\delta \sin\psi \cos H \\ \cos h \sin A &= \cos\delta \sin H \end{aligned}}$$

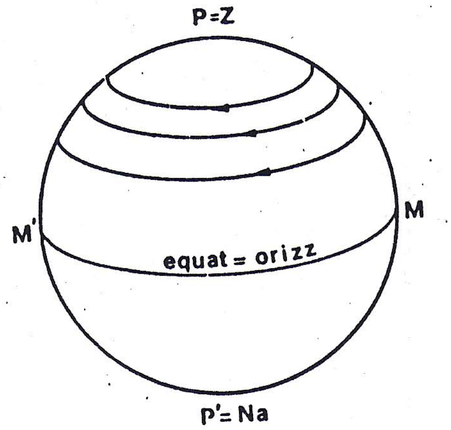
Nascere e tramontare degli astri $\rightarrow h = 0$, $\sin h = 0$

$$\sin\delta \sin\psi = -\cos\delta \cos\psi \cos H$$

osservatore polare

$\psi = \pi/2$

$|\delta| \leq 0$



$$\cos H = -\,\mathrm{tg}\,\delta\ \mathrm{tg}\,\psi$$

$$|\cos H| \leq 1$$

richiede

$$-1 \leq \mathrm{tg}\,\psi\ \mathrm{tg}\,\delta \leq +1$$

Emisfero boreale $0 \leq \psi \leq \frac{\pi}{2}$

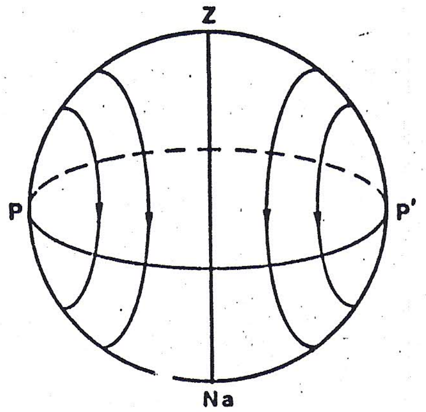
$$|\mathrm{tg}\,\delta| \leq \frac{1}{\mathrm{tg}\,\psi} = \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \psi\right)$$

$$|\delta| \leq \frac{\pi}{2} - \psi$$

osservatore equatoriale

$\psi = 0$

$|\delta| \leq \frac{\pi}{2}$



$\downarrow$ solo queste declinazioni sono permesse a una data latitudine

$\downarrow$

gli astri che hanno altri δ non tramontano mai o non sorgono mai

Al polo le stelle non tramontano mai se hanno $\delta > 0$

" non sorgono " " $\delta < 0$

All'equatore le stelle tutte tramontano e sorgono, con qualunque δ

Culminazione $\rightarrow$ passaggio di un astro al meridiano superiore $\rightarrow$ $\sin h$, h massimi, che corrispondono a $\sin H = H = 0$ (dati φ, δ)

$\downarrow$

$$\sin h = \sin\delta \sin\varphi + \cos\delta \cos\varphi \cos H$$

Culminazione allo zenit $\rightarrow$ $\sin h = 1$, $H = 0$:

$$\sin\delta \sin\varphi + \cos\delta \cos\varphi = 1$$
$$\cos(\delta - \varphi) = 1$$
$$\delta = \varphi$$

$\rightarrow$ stelle con declinazione pari alla latitudine locale

Per il Sole va tenuto presente che durante l'anno δ varia tra $-23°.5$ e $+23°.5$ circa $\rightarrow$ agli equinozi $\delta = 0$

$\downarrow$ al sorgere e tramontare $h = 0$

$\downarrow$ $\cos H = 0$, $H = \pm \frac{\pi}{2} = \pm 6^h$

a qualunque latitudine φ
il giorno e la notte hanno stessa durata

All'equatore ($\varphi = 0$) giorno e notte hanno stessa durata sempre, indipendentemente dalla δ dell'anno

Origine delle stagioni

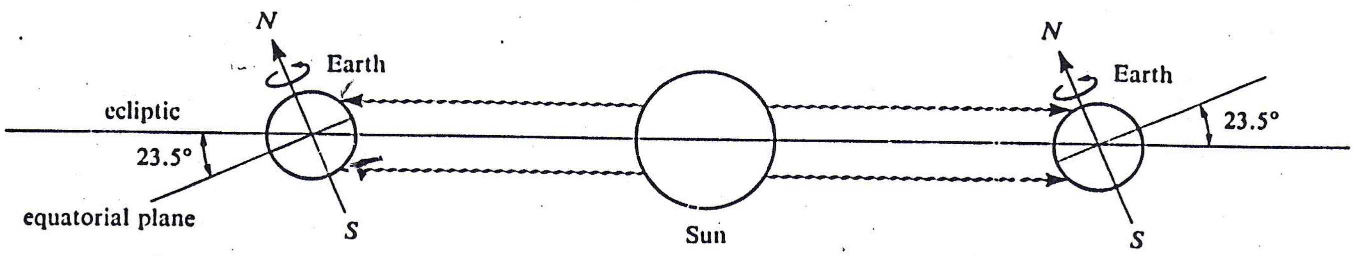


Figure 1.5. The reason for the seasons. Because the equatorial plane of the Earth is inclined by 23.5° with respect to the plane of the ecliptic, the Sun's rays strike the ground more perpendicularly at one point of the Earth's orbit than at the opposite point half a year later. At any one time, however, if it is winter in the Northern Hemisphere, it is summer in the Southern Hemisphere. This geometric result is the same whether we think of the Earth moving around the Sun or the Sun around the Earth. (Note: radii in this drawing are not to scale.)

Eclittica
Zodiaco

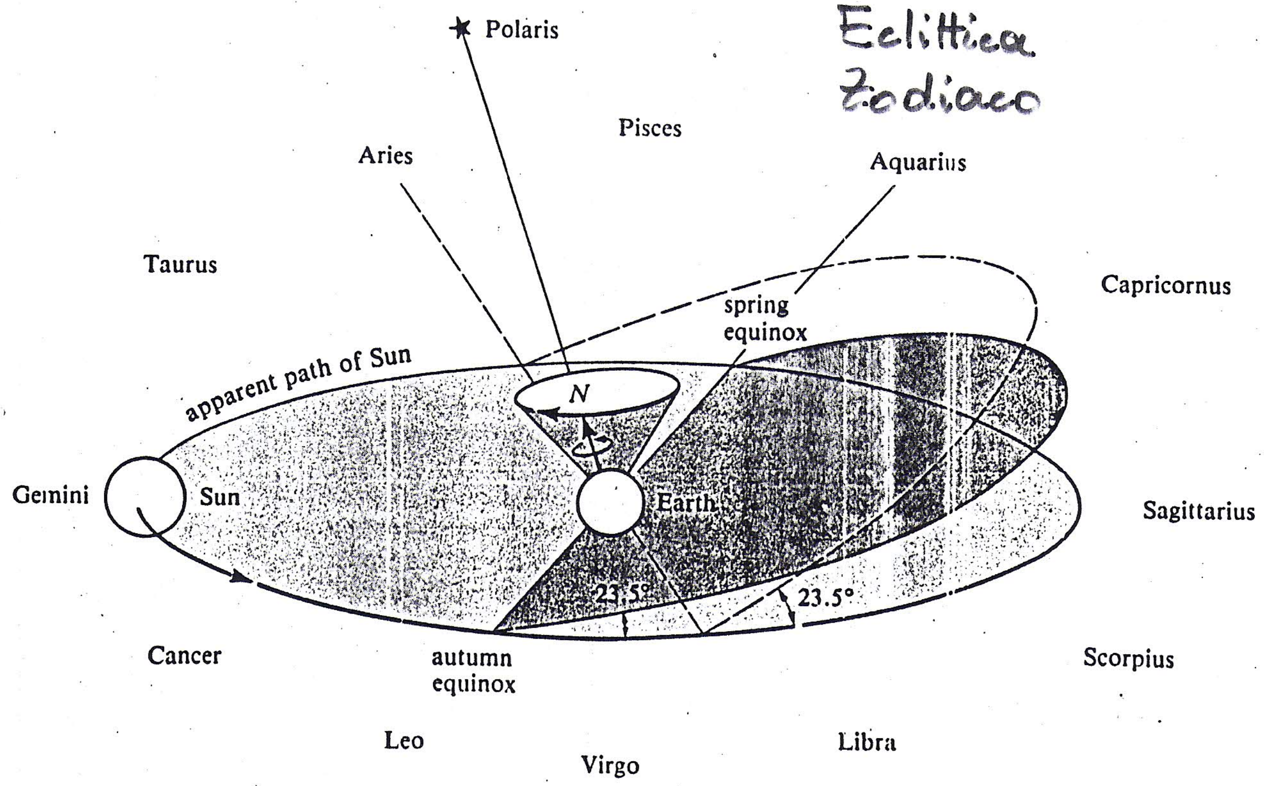


Figure 1.6. The seasons and the signs of the Zodiac. An Earth-bound observer seems to see the Sun move around the Earth once a year in the plane of the ecliptic (lightly shaded oval). At the present epoch, the North Pole of the Earth points toward the star Polaris, and the extension of the equatorial plane of the Earth is shown as the dark semi-oval. The two points of intersection of the Sun's apparent path with the equatorial plane are called the spring and autumn equinoxes. The equatorial plane in 2000 B.C. corresponded to the dashed semi-oval.

Precessione dell'asse terrestre
Precessione degli equinozi

Misura del tempo in astronomia

Giorno siderale : intervallo di tempo tra due passaggi successivi del punto γ al meridiano

Tempo siderale t_s : angolo orario del punto γ ; ora zero alla culminazione superiore

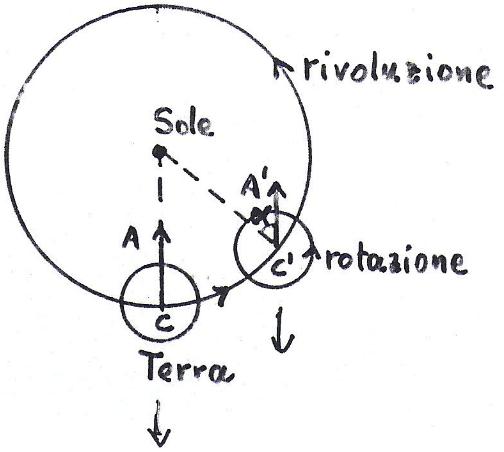
Il tempo siderale dipende dalla longitudine geografica λ:

$$t_s\,(\text{Greenwich}) = t_s \pm \lambda\,(\text{ore})$$

E' questo il tempo usato negli orologi astronomici ; serve per il puntamento delle stelle con data ascensione retta α : l'angolo orario $H = t_s - \alpha$.

Nell'uso civile si impiega ovviamente il moto del Sole per misurare giorni e anni - Rispetto alle altre stelle il Sole si muove lungo l'eclittica in senso contrario al moto della sfera celeste : il giorno solare è più lungo di quello siderale di $\sim 360°/365$ giorni $\sim 1°$ grado al giorno - Il tempo impiegato a percorrere un arco di 1°/giorno è $3^m\,56^s$ (in media): questa è la differenza tra giorno siderale e giorno solare medio.

$$360° : 1° = 24^h : \Delta$$



Interpretazione della differenza tra giorno solare e siderale

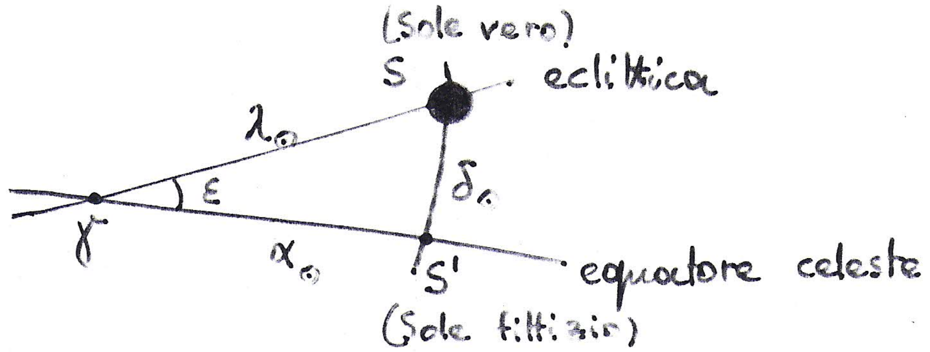
↓ puntamento di S da C e C'

↓ puntamento di A, A' da C e C'

Irregolarità del giorno solare dovute alle caratteristiche del moto solare apparente :

(1) moto non uniforme lungo l'eclittica (è dovuto al fatto che l'orbita terrestre è ellittica, e la Terra ha velocità lineare maggiore al perielio e minore all'afelio / II legge di Keplero)

(2) moto solare avviene lungo l'eclittica e non sull'equatore celeste (dovuto all'inclinazione dell'asse terrestre sul piano orbitale)



Triangolo sferico rettangolo in S'

$$\begin{cases} \sin\delta = \sin\lambda \sin\varepsilon \\ \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\lambda \cos\varepsilon \end{cases}$$

derivando su t (ε è costante) la II relazione

$$(1+\operatorname{tg}^2\alpha)\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\cos\varepsilon}{\cos^2\lambda}\frac{d\lambda}{dt}$$

e usando la I relazione

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\cos\varepsilon}{\cos^2\delta}\frac{d\lambda}{dt}$$

→ minore all'afelio, maggiore al perielio

$\delta = 0$ (equinozi) $= \cos\varepsilon$

$\delta = \pm\varepsilon$ (solstizi) $= 1/\cos\varepsilon$

Definizione di Sole medio $\Rightarrow$ Sole fittizio che si muove a velocità costante lungo l'equatore celeste

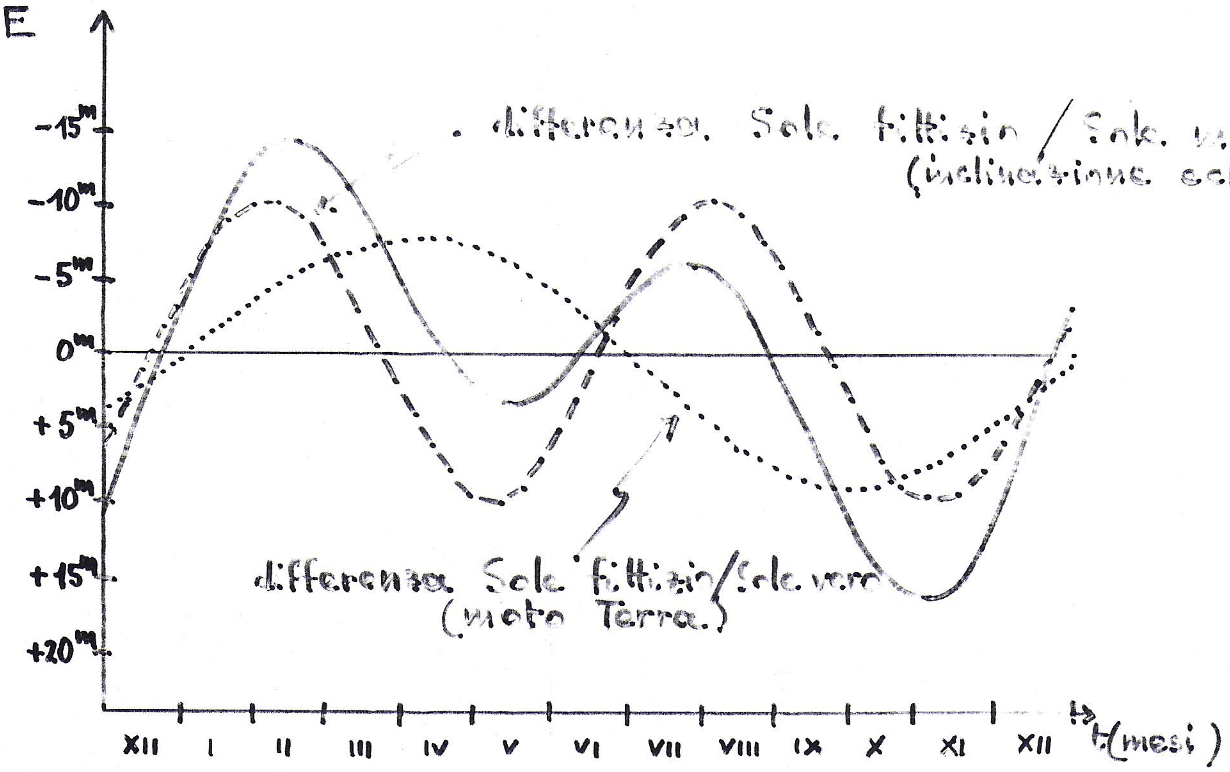
Giorno solare medio : intervallo di tempo tra due passaggi successivi del Sole medio al meridiano

Tempo solare medio : angolo orario del Sole medio con punto zero alla culminazione inferiore

$$t_\odot = H_\odot + 12^h$$
$$t_\odot = t_s + 12^h \rightarrow \text{21 marzo}$$

Equazione del tempo :

$$E = H(\text{Sole vero}) - H(\text{Sole medio}) =$$
$$= \alpha(\text{Sole medio}) - \alpha(\text{Sole vero})$$

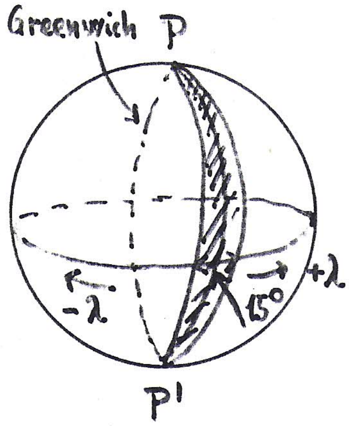


Tempo locale dipende dalla latitudine geografica λ :

$$t_{Greenwich} = t_\lambda \pm \lambda$$

($+\lambda$ a est, $-\lambda$ a ovest di Greenwich) – la convenzione usata per evitare differenze orarie tra paesi vicini è quella di dividere il globo terrestre in 24 fusi di 15° (attraverso i quali t_λ varia appunto di 1^h) e assumere per tutto il fuso l'ora del meridiano centrale : questo è il tempo di zona o civile o legale.

Tempo Universale (UT) : è il tempo del fuso di Greenwich → i vari fusi anticipano a est e ritardano a ovest → agli antipodi si ha la linea del cambio di data : attraversando il meridiano 180° da ovest si diminuisce la data di un giorno, da est si salta un giorno (l'ora è la stessa)



Tempo delle Effemeridi (ET) : include correzioni all'UT per tener conto delle irregolarità (secolari e/o a breve periodo) del moto di rotazione terrestre

$$ET = UT + \underbrace{\Delta T}_{\text{da apposite tavole}}$$

Definizioni di anno

Anno tropico : intervallo di tempo che il Sole impiega tra due passaggi al punto γ sull'eclittica
↓ illuminamento
↓ stagioni
= 365,2422 giorni solari medi
= 366,2422 giorni siderali

Anno siderale : intervallo di tempo che il Sole impiega a compiere 360° sull'eclittica ; il riferimento è a una "stella fissa" e tien conto del moto del punto γ sull'eclittica (ritardo 50"/anno) dovuto alla precessione terrestre
↓ astronomico
= 365,256374 giorni solari medi

Anno anomalistico : intervallo di tempo tra due passaggi della Terra al perielio (ritarda di 11",25/anno)
↓ meccanica celeste
= 365,259544 giorni solari medi

Calendari

Giuliano (46 a.C.) : 365,2500 giorni solari medi
3 anni di 365^d + 1 bisestile di 366^d
i 4 anni sono più lunghi della somma di 4 anni tropici : sfasamenti nelle stagioni

Gregoriano (1582 d.C.) : esclude gli anni bisestili secolari che non sono multipli di 4 nelle prime due cifre
(1800, 1900 no ; 2000 sì)

Tempo Giuliano : giorni solari medi calcolati a partire dal 1°/1/4713 a.C. mezzogiorno medio
(usato per conteggi senza correzioni continue)