

Fenomeni che influiscono sulle osservazioni astronomiche di posizione

Due categorie:

- (1) Fenomeni che causano un'errata valutazione della posizione dei corpi celesti: rifrazione atmosferica, parallassi diurna e annuale, aberrazione della luce
- (2) Fenomeni che cambiano lentamente nel tempo la posizione dei piani e dei punti di riferimento dei sistemi di coordinate: precessione e nutazione terrestri.

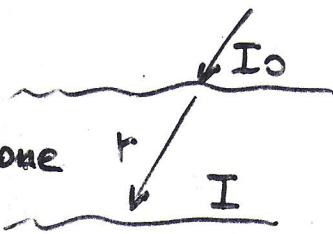
Effetti dell'atmosfera terrestre sulle radiazioni provenienti da corpi celesti (eliminabili in osservazioni spaziali)

- (a) assorbimento → "finestra" ottica $3000 - 9000 \text{ \AA}$
"radio" $1 \text{ mm} - 30 \text{ m}$
altre bande schermate
- ↓
processi fisici = assorbimento risonante molecolare nella (piccole lunghezze d'onda) troposfera
= riflessione totale della ionosfera (grandi lunghezze d'onda)

(b) attenuazione → $I = I_0 e^{-\mu r}$ $\mu = \mu(\lambda)$

I = intensità luminosa

μ = coefficiente di estinzione



↓ processi fisici = interazione dell'onda elettromagnetica con momenti elettrici di molecole e atomi
→ dissipazione dell'energia per collisioni

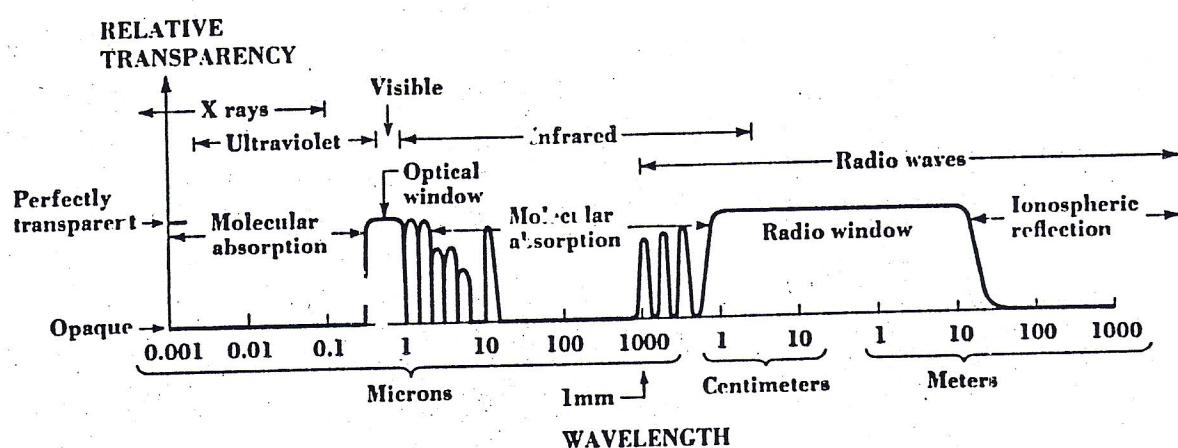
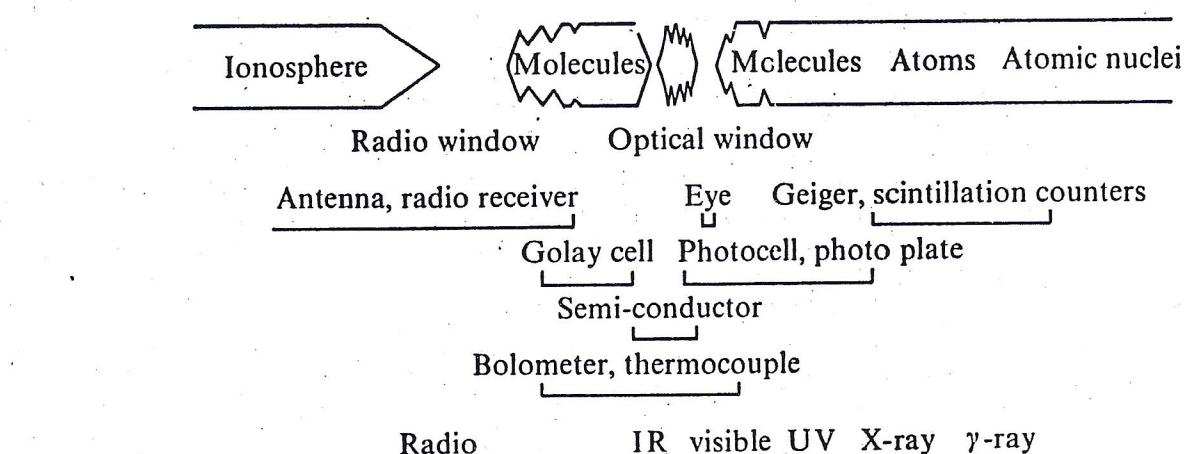
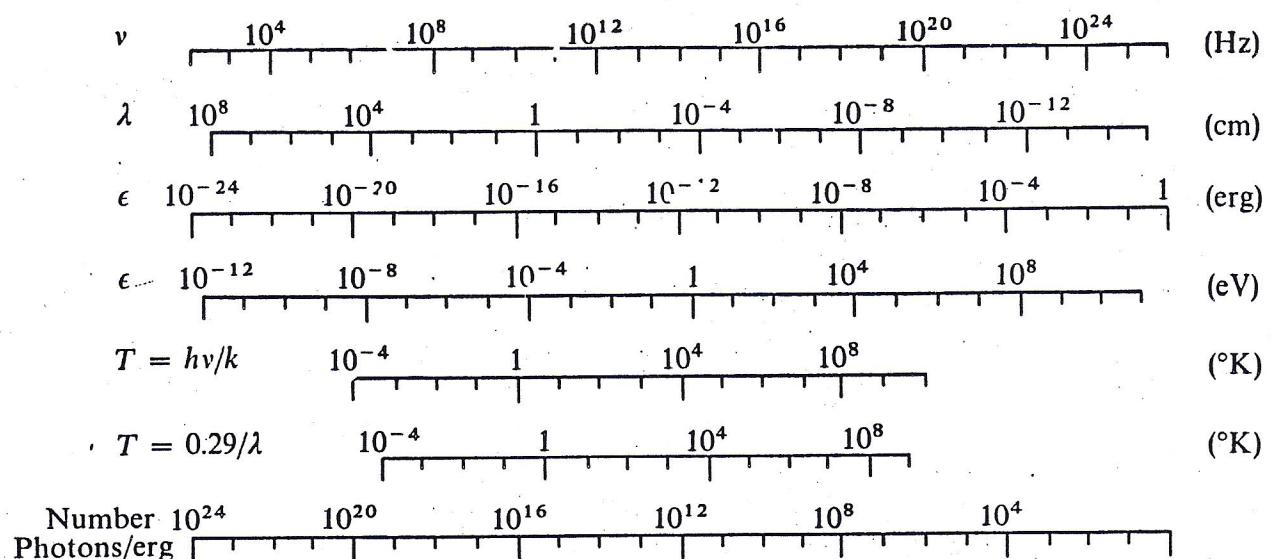
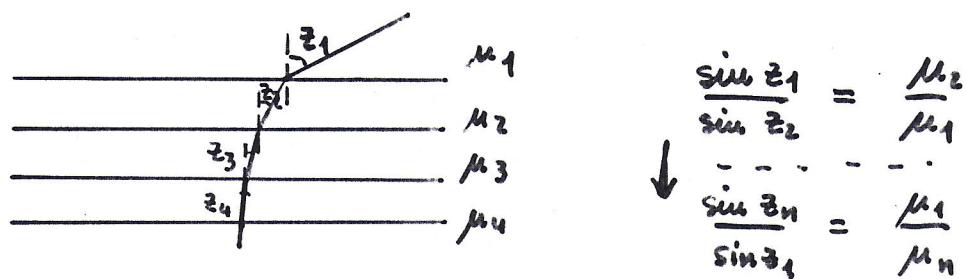


Fig. 1-1. Electromagnetic spectrum showing relative transparency of the earth's atmosphere and ionosphere.

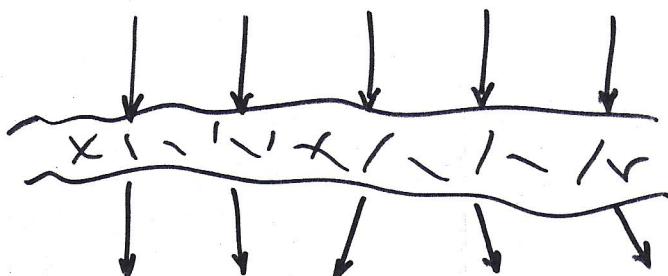
(c) rifrazione → deflessione dei raggi nell'attraversare strati atmosferici di densità variabile



deflessioni fino a $50''$ - $60''$ per raggi bassi sull'orizzonte : l'altezza delle sorgenti viene aumentata.

→ il diametro angolare di sorgenti estese viene aumentato , la brillanza intrinseca diminuita

(d) turbolenza e scintillazione atmosferica → fluttuazioni irregolari dell'indice di rifrazione → le stelle non sono puntiformi , ma "brillano" , appaiono come macchie



tipici angoli di deflessione $\sim 1'' - 2''$

Parallasse diurna

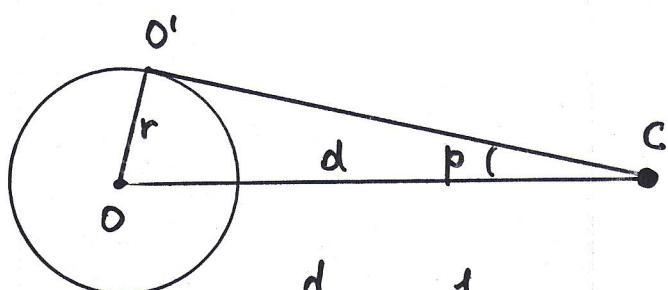
Le coordinate astronomiche sono definite prendendo come riferimento la sfera celeste, il cui centro è posto al centro della Terra - L'osservatore si trova in effetti sulla superficie della Terra: ciò comporta un errore sistematico nella determinazione delle coordinate, errore angolare che varia con la posizione e il tempo. L'effetto è direttamente rilevabile solo per corpi celesti vicini, entro il sistema solare.

Si chiama parallasse diurna di Sole, Lune e pianeti l'angolo tra la direzione in cui sono visti dall'osservatore e la direzione in cui sarebbero visti dal centro della Terra.

Esistono formule di trigonometria sferica che trasformano le coordinate in quelle geocentriche corrette per parallasse nota la distanza del corpo celeste. Di fatto, seguendo le variazioni della parallasse diurna in punti diversi o ai tempi diversi, si può ottenere la distanza del corpo.

Quando un corpo è osservato all'orizzonte, la parallasse prende il nome di parallasse equatoriale orizzontale:

è anche l'angolo sotto cui si osserva il raggio terrestre dal corpo C considerato.



$$\frac{d}{r} = \frac{1}{\sin p}$$

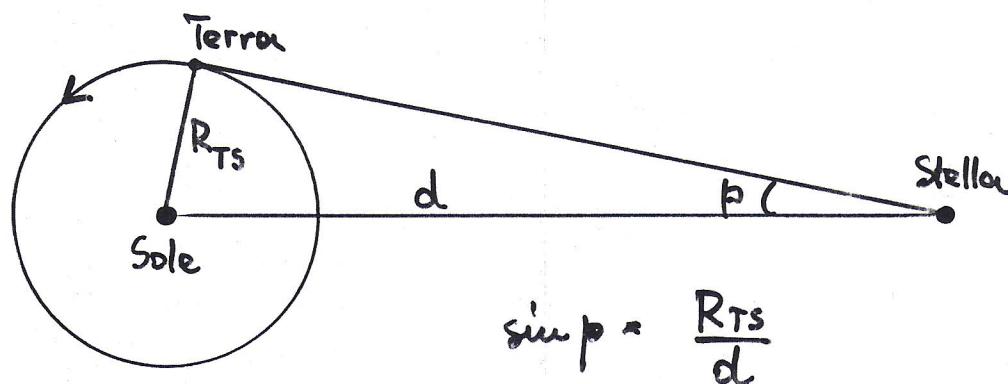
Con la parallasse diurna si misurano distanze di corpi del sistema solare. Metodo di Eratostene.

Misure di parallasse sono molto delicate: la precisione massima raggiungibile da Terra è di alcuni millesimi di secondo d'arco. Alcuni esempi:

Luna	$p \sim 57'2''.44$	(media)
Eros (perigeo)	$1'$	
Sole	$8''.794$	
Plutone	$0''.25$	
Proxima Centauri	$0''.00002$	← irraggiungibile.

Parallassi annue

Durante l'anno le stelle più vicine si muovono sullo sfondo delle stelle fisse descrivendo delle ellissi: è il risultato del moto di rivoluzione della Terra intorno al Sole - L'angolo di variazione rispetto alla posizione eliocentrica di una stella è detto parallasse annua: è anche l'angolo sotto cui dalla stessa si osserva la semiasse dell'orbita terrestre intorno al Sole.



La stella
risulta spostata
più vicina
verso il Sole

Le parallassi annue di alcune stelle, misurate a sei mesi di distanza, sono:

Proxima Centauri	$p = 0''.76$
Sirio	$0''.37$
61 Cygni (Bessel 1829)	$0''.3$

Principio della parallasse annua

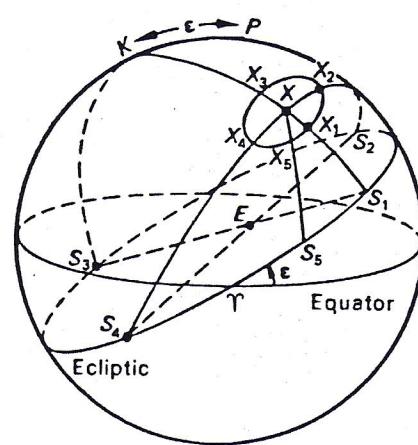
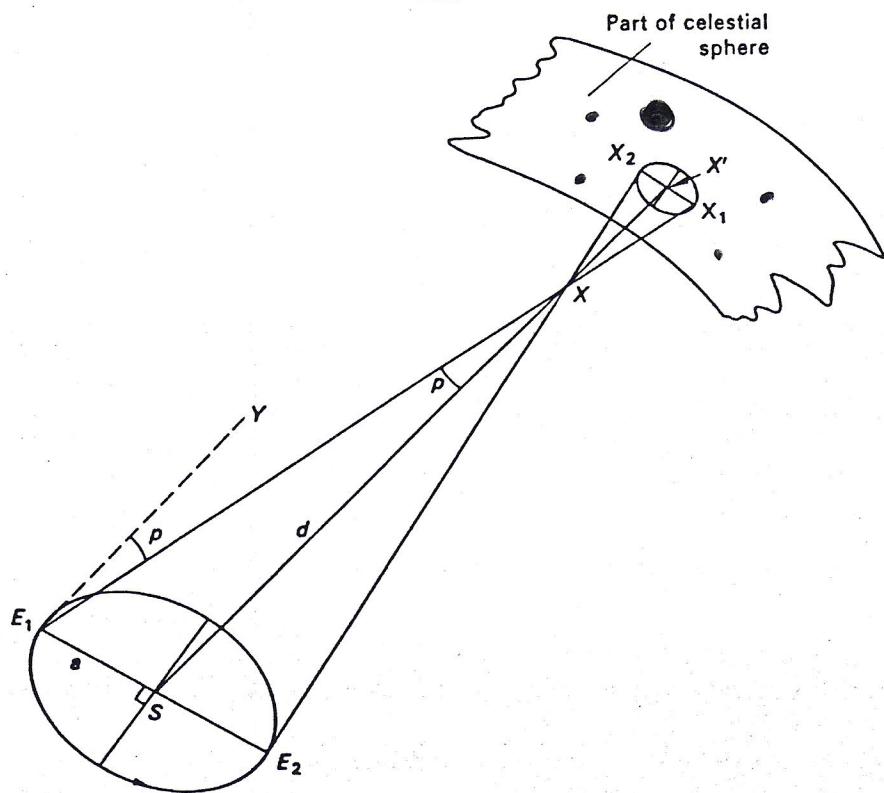


Fig. 9.11 The projection of the parallactic ellipse on the celestial sphere

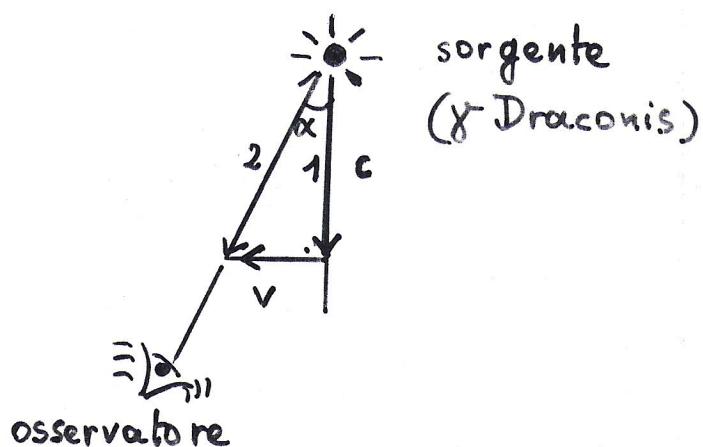
Dalle precedenti definizioni ha origine il concetto di parsec, per la misura di distanze astronomiche : distanza corrispondente ad una parallasse (annua) di un secondo d'arco.

$$\sin 1'' = \frac{149'675'000 \text{ km}}{d} = 4,85 \cdot 10^{-6}$$

$$d = 3,06 \cdot 10^{13} \text{ km} = 3,06 \cdot 10^{18} \text{ cm}$$

Aberazione della luce

Fenomeno scoperto da Bradley (1728) : apparente spostamento annuale delle stelle a descrivere ellissi di asse $\sim 41''$ sulla sfera celeste. Il fenomeno è dovuto al moto relativo sorgente / osservatore tenendo conto che la luce si propaga a velocità finite.



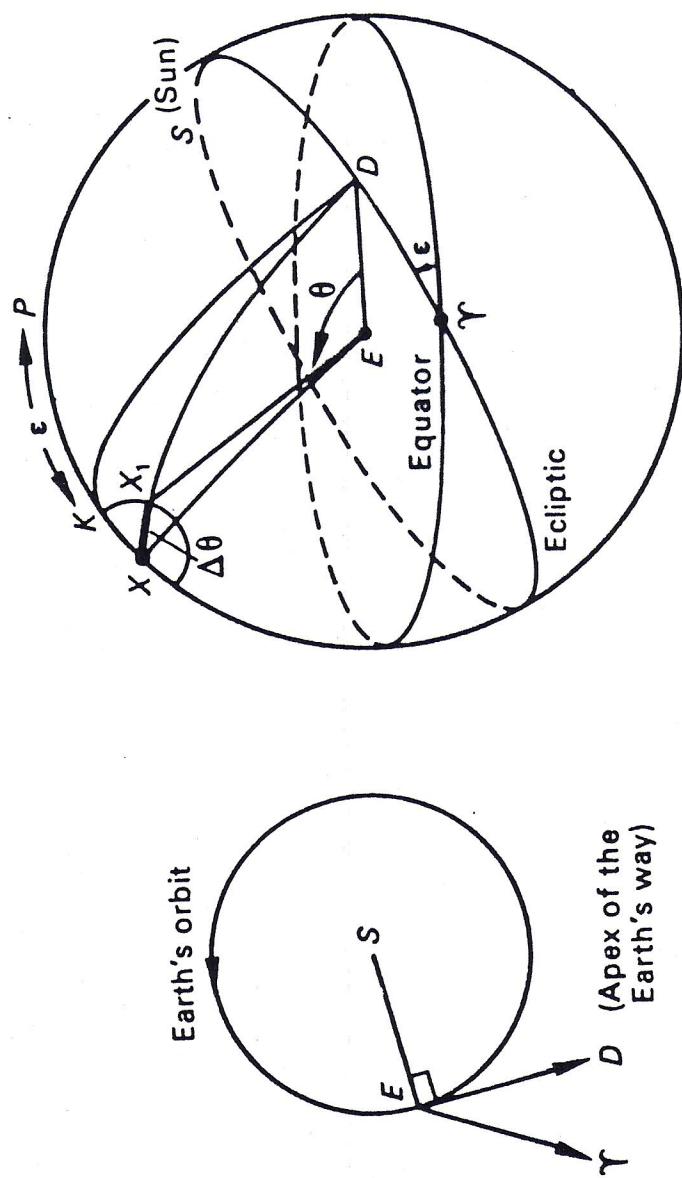
il raggio che raggiunge l'osservatore non è c , ma quello inclinato di α .

$$\tan \alpha = \frac{v}{c}$$

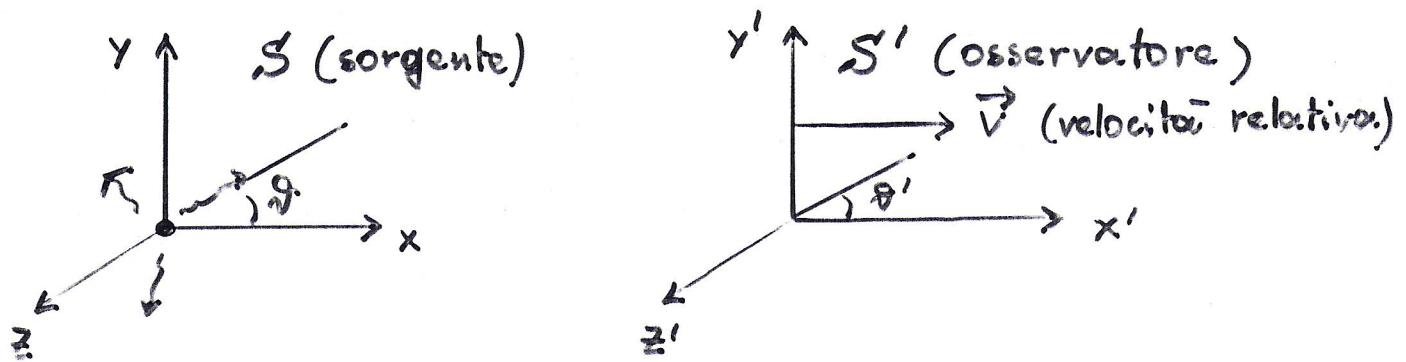
dove v è la velocità trasversa della sorgente rispetto all'osservatore

Bradley usò le misure di aberrazione per valutare la velocità della luce (assumendo per v la velocità orbitale della Terra $= 3 \cdot 10^6 \text{ cm/sec}$)

Fig. 10.3 The aberrational ellipse



Discussione dell'aberrazione in relatività ristretta.



$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - (\gamma/c)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

L'onda emessa da S è del tipo :

$$E \propto \cos 2\pi \left[\frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{\lambda} - vt \right]$$

λ = lunghezza d'onda, v = frequenza = c/λ

L'onda ricevuta da S' è del tipo :

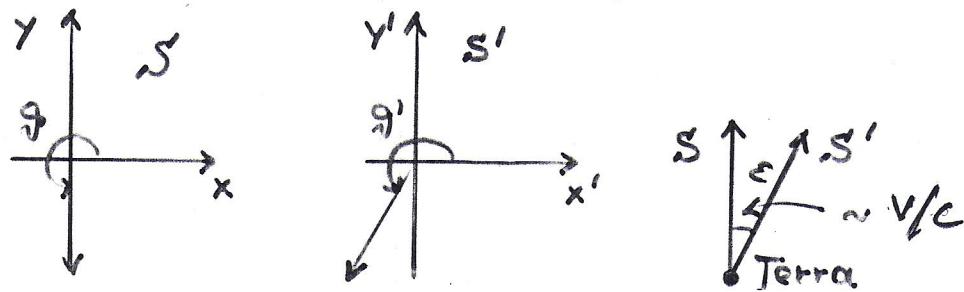
$$E' \propto \cos 2\pi \left[\frac{x' \cos \theta' + y' \sin \theta'}{\lambda'} - v't' \right]$$

Usando le trasformate di Lorentz (con c invariante) e imponendo che E' coincida con E , si ottiene :

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{\cos \theta' + v/c}$$

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta \sqrt{1 - v^2/c^2}}{\cos \theta - v/c}$$

Per il caso di propagazione lungo $-y$ ($\vartheta = 3\pi/2$):



$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{v/c}$$

$$\approx \frac{\epsilon}{v} \quad \text{per } v^2/c^2 \ll 1$$

Le ellissi di aberrazione sono uguali per tutte le stelle e sono maggiori in ampiezza di quelle di parallasse (semiasse $\sim 20''$, contro $\sim 1''$)

Precessione e nutazione

Ipparco fin dal 125 a.C. osservò che il punto γ si muove sull'eclittica causando con ciò la differenza fra anno tropico e anno siderale: il punto γ si muove verso ovest (incontro al Sole) di circa $50''/\text{anno}$, e l'anno tropico risulta più breve di $\sim 20''$.

Il moto relativo del piano dell'equatore celeste e del piano dell'eclittica è composto di due parti:

(1) precessione : è il moto secolare per cui l'asse di rotazione terrestre descrive un cono di apertura $\sim 23^\circ 5$ intorno ad un asse perpendicolare all'eclittica con periodo di $\sim 26'000$ anni.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_t}{c}.$$

(16)

Questo risultato fu dedotto con una argomentazione non relativistica. Consideriamo ora il problema dal punto di vista della relatività, come esercizio elementare sull'uso delle trasformazioni di Lorentz.

Supponiamo che nel sistema di riferimento S , in cui la stella è ferma, un segnale luminoso emesso dalla stella si osservi lungo l'asse z , cioè sia $x=y=0$; il sistema di riferimento S' , in cui la terra è in quiete, viaggi con velocità v_t in direzione x : allora la traiettoria del segnale luminoso si ricava direttamente dalla (14), con $x=0$:

$$x' = -\gamma \beta ct; \quad z' = z = ct; \quad ct' = \gamma ct, \quad (17)$$

e, per l'angolo di inclinazione, si ha

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(-x')}{z'} = \gamma \beta = \frac{v_t/c}{(1-v_t^2/c^2)^{1/2}}. \quad (18)$$

Il risultato (18) è in accordo con quello non relativistico (16) entro gli errori sperimentali, perché $v_t/c \cong 10^{-4}$ per la terra. Il risultato esatto è il (18) (figg. da 11.10 a 11.15).

11
Trasformazione
di Lorentz
delle lunghezze
e del tempo

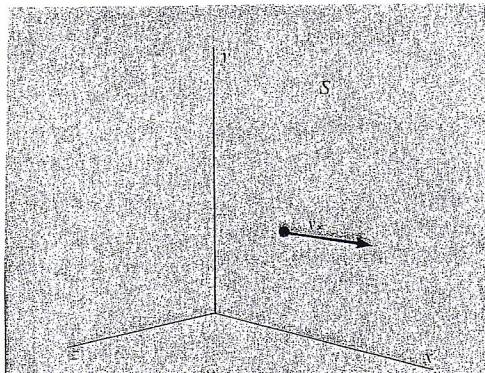


FIGURA 11.10 Supponiamo che una particella abbia velocità v_x in S .

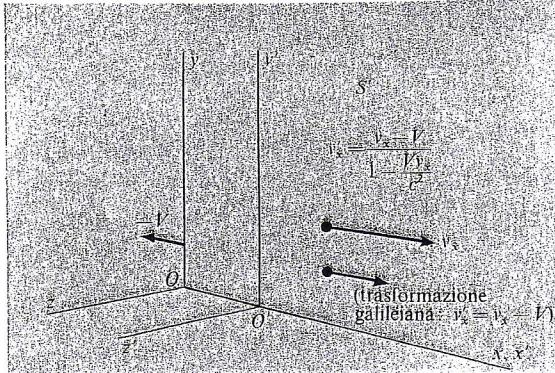


FIGURA 11.11 La trasformazione di Lorentz predice che, in S' $v'_x = (v_x - V)/(1 - v_x V/c^2)$; mentre, per quella di Galileo, $v'_x = v_x - V$.

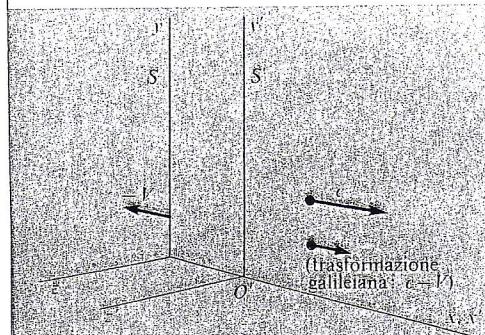


FIGURA 11.12 Come si sa, se $v_x = c$, anche $v'_x = c$, in accordo con la trasformazione di Lorentz. Questa è stata l'ipotesi iniziale della nostra teoria.

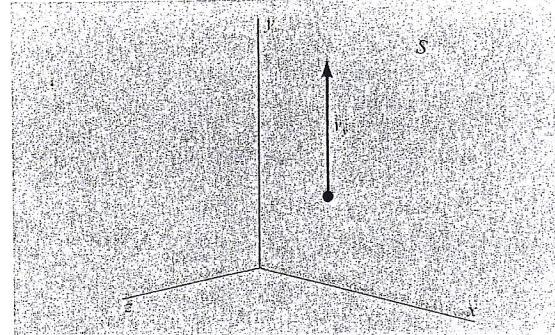


FIGURA 11.13 Se una particella ha velocità v_y lungo l'asse delle y in S ...

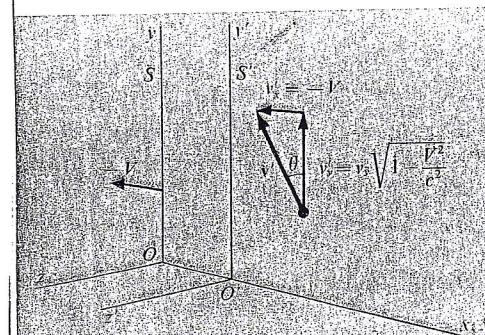


FIGURA 11.14 ...in S' le sue componenti sono quelle indicate, in accordo con la trasformazione di Lorentz. $|\operatorname{tg} \theta| = \frac{V}{v_y \sqrt{1 - V^2/c^2}}$.

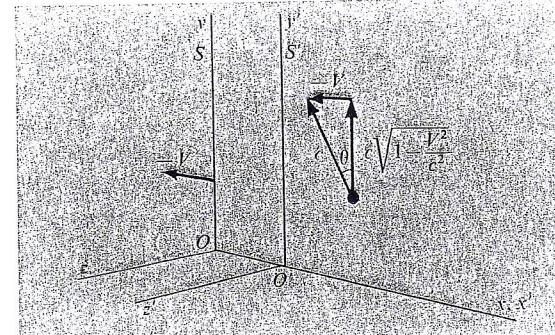


FIGURA 11.15 Se $v_y = c$, la velocità risultante in S' vale c . Quindi $|\operatorname{tg} \theta| = \frac{V}{c \sqrt{1 - v^2/c^2}}$. Questa è la teoria della aberrazione secondo la relatività.

Precessione degli equinozi

↓ Ipparco già rivelò che l'ascensione retta delle stelle varia nel tempo, mentre le declinazioni no

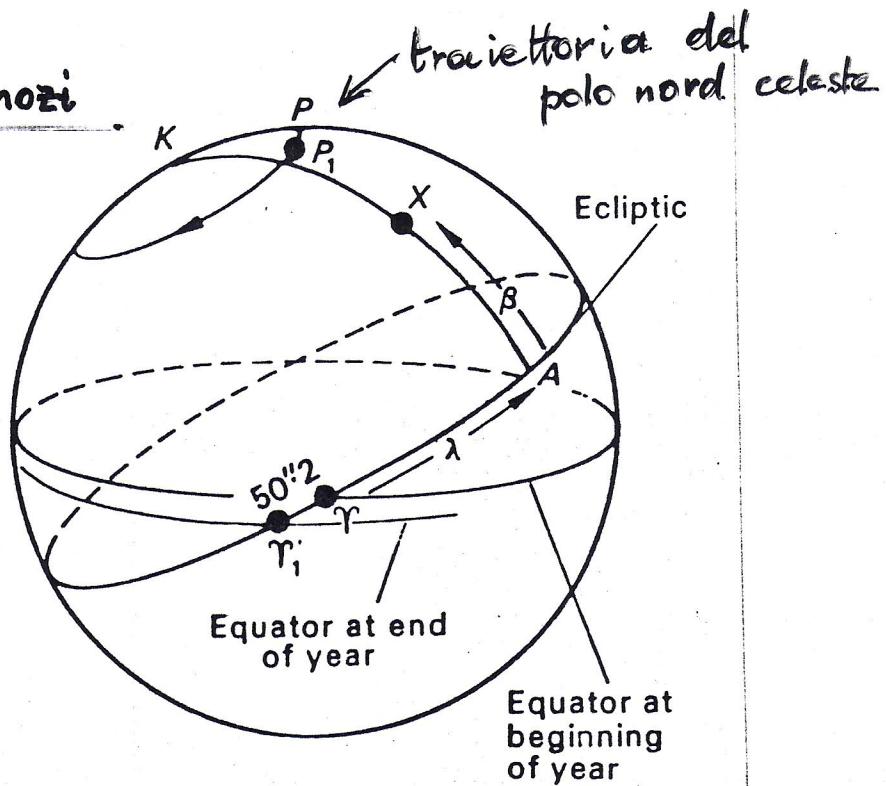
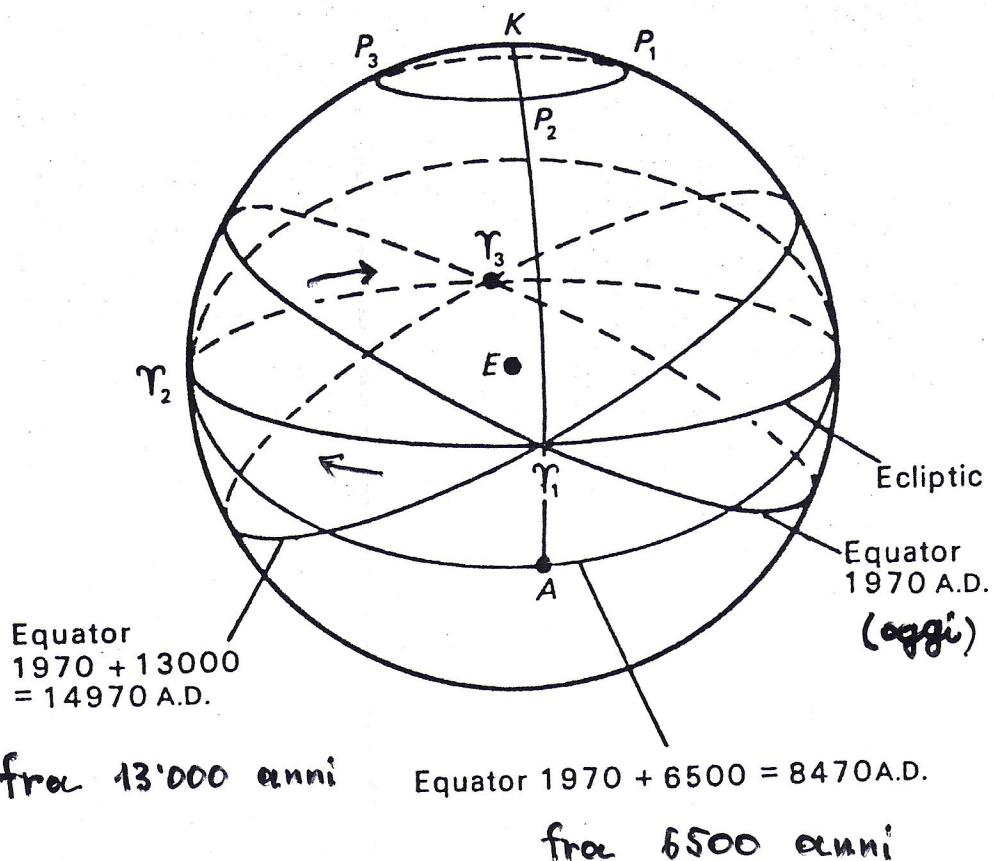


Fig. 10.7 The movement of τ by precession



(2) nutazione : è il moto ellittico dell'asse di rotazione terrestre intorno alla posizione media definita dalla precessione con periodo 18,6 anni e ampiezza massima 9"

Il moto risultante del polo nord celeste è quindi un cerchio "ondulato" → fra 13.000 anni il polo nord disterà dall'attuale stella Polare di ben 470

Origine fisica del moto di precessione = effetto della forma non sferica della Terra (21 km di allargamento all'equatore) soggetto ai momenti delle forze di attrazione di Luna, Sole e altri pianeti

Origine fisica del moto di nutazione = i piani dell'orbita lunare e dell'eclittica formano un angolo di $\sim 5^\circ$, per cui l'effetto combinato luni-solare risulta variabile tra un massimo e un minimo con periodo di 18,6 anni - L'asse di precessione risulta quindi oscillante intorno al cono di precessione

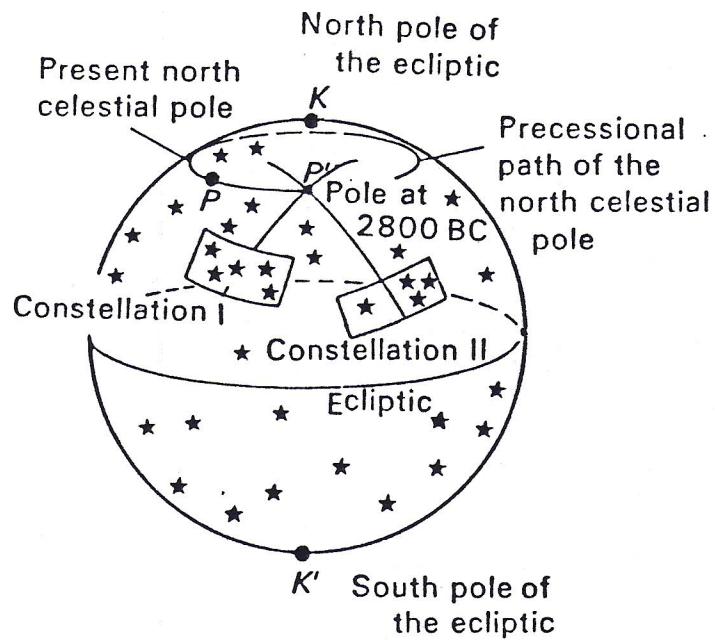


Fig. 10.6 The north celestial pole when the constellations were set out

Nutazione

Irregolarità del moto
di precessione del polo

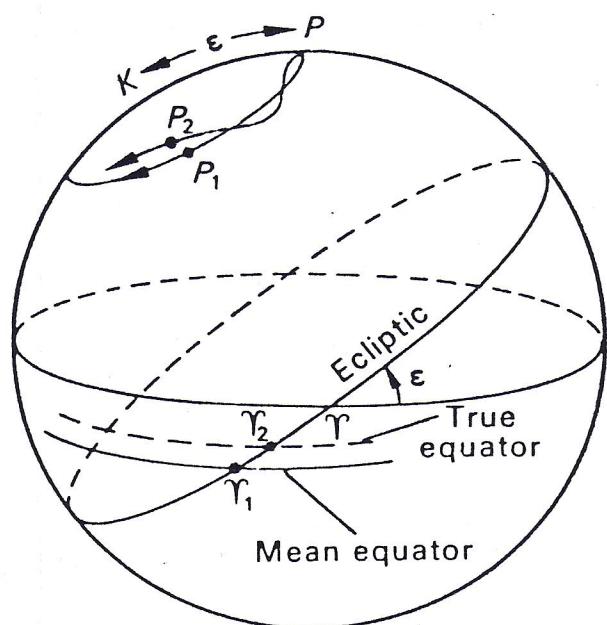
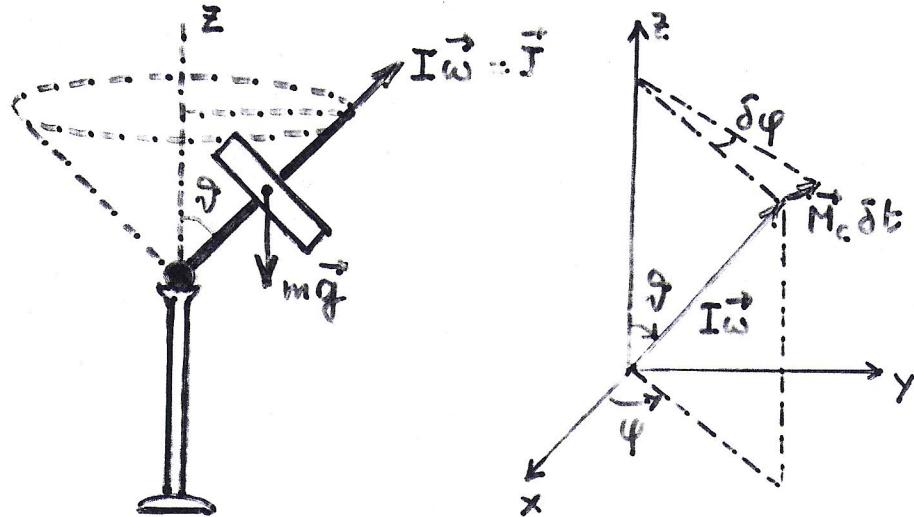


Fig. 10.12 The effect of nutation on the position of γ

Moti giroscopici → origine della precessione: dall'imporre un momento torcente ad un sistema con elevato momento angolare $I\vec{\omega}$



Il moto di precessione corrisponde anche l'asse della rotazione propria descrivere un cono intorno all'asse di equilibrio statico (in assenza di rotazione propria)

$$\vec{M}_c = \frac{d\vec{J}}{dt} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) \rightarrow \text{se } I\omega \approx \text{costante} \quad (\text{in modulo})$$

il momento torcente \vec{M}_c porta solo ad una rotazione della direzione del momento della quantità dimoto \vec{J}

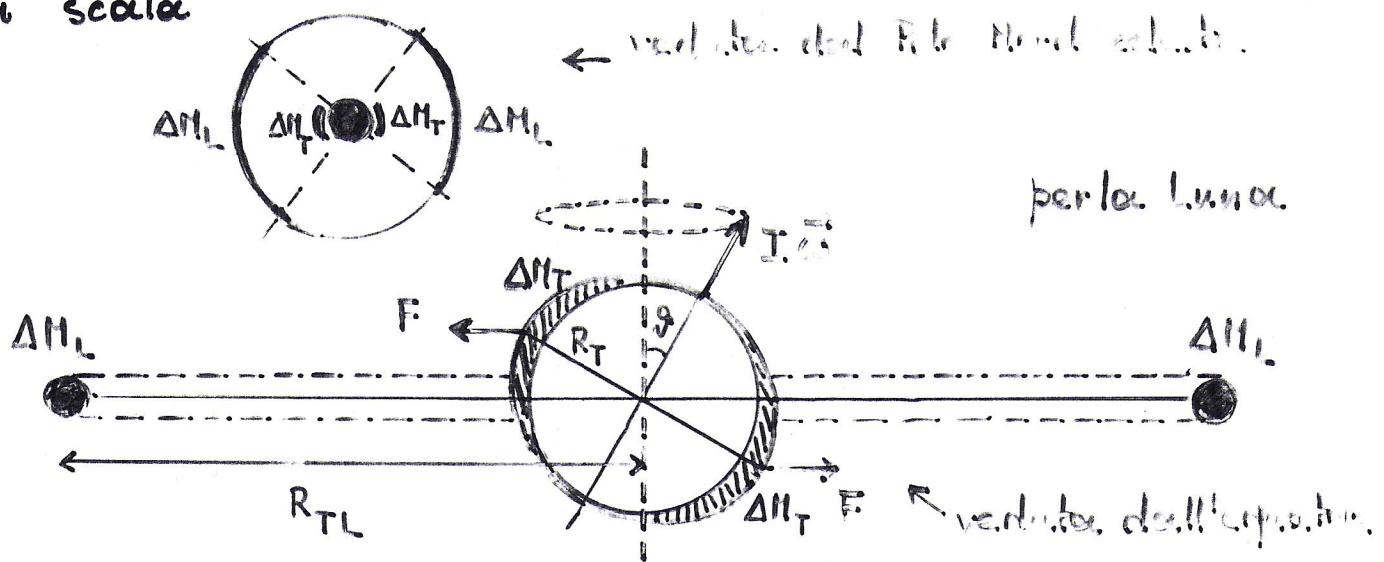
$$\downarrow \quad \vec{M}_c \delta t = J \sin \vartheta \quad \vec{\delta\varphi} \quad \begin{array}{l} \text{si sommano le quantità} \\ \text{di moto: } \vec{J} + \vec{M}_c \delta t \end{array}$$

Pertanto la velocità angolare della precessione:

$$\boxed{\Omega_{pr} = \frac{M_c}{J \sin \vartheta} = \frac{M_c}{I\omega \sin \vartheta}}$$

Nel corso della precessione terrestre, la formula precedente puo' essere utilizzata nel modo seguente:

l'attrazione di Luna, Sole e altri pianeti sulla massa terrestre, non sferica, puo' essere calcolata come l'effetto di anelli di massa uniforme, perche' la rotazione terrestre e molto elevata rispetto ad altri tempi scarsi.



Il rigonfiamento equatoriale (non complanare col piano dell'orbita lunare) risulta soggetto ad una coppia che (in assenza di rotazione) porterebbe all'equilibrio statico con asse di simmetria perpendicolare al piano orbitale. Si origina dunque una precessione intorno a tale asse.

Calcolo della velocità angolare di precessione:

$$\Omega_{pr} = \frac{Mc}{I\omega \sin\vartheta} = \frac{2R_T F \sin\vartheta}{\frac{2}{5} M_T R_T^2 \omega \sin\vartheta} = \frac{5F}{M_T R_T \omega}$$

$$F = \frac{G \Delta M_T \Delta M_L}{(R_{TL} - R_T \cos\vartheta)^2} - \frac{G \Delta M_T \Delta M_L}{(R_{TL} + R_T \cos\vartheta)^2} \approx 4 \frac{G \Delta M_T \Delta M_L}{R_{TL}^3} R_T \cos\vartheta$$

Si puo' valutare dalla geometria :

$$\Delta M_T \sim 5 \cdot 10^{-4} M_T$$

$$\Delta M_L \sim \frac{M_L}{4}$$

quindi :

$$\Omega_{pr} \approx \frac{5 \times 4 G \Delta M_T \Delta M_L \cos \vartheta}{R_{TL}^3 M_T \omega} \approx 5 \frac{G (\Delta M_T / M_T) M_L \cos \vartheta}{R_{TL}^3 \omega}$$

Tenendo conto di Luna e Sole :

$$\Omega_{pr} \approx \frac{2.5 \cdot 10^{-3} G \cos \vartheta}{\omega} \left(\frac{M_L}{R_{TL}^3} + \frac{M_S}{R_{TS}^3} \right)$$

$$M_S = 2 \cdot 10^{33} g$$

$$R_{TS} = 1,49 \cdot 10^{13} \text{ cm}$$

$$M_L = 7 \cdot 10^{25} g$$

$$R_{TL} = 3,84 \cdot 10^{10} \text{ cm}$$



$$\Omega_{pr} \approx (2.5 \cdot 10^{-3}) (1.7 \cdot 10^{-3}) \approx 4 \cdot 10^{-12} \text{ sec}^{-1}$$

$$T_{pr} = \frac{2\pi}{\Omega_{pr}} \approx 50,000 \text{ anni}$$

I piani dell' orbita lunare e dell'eclittica formano un angolo di $\sim 5^\circ$: il momento torcente lunisolare e' quindi variabile \rightarrow si calcola un periodo di 18,6 anni \rightarrow l'asse di precessione risulta non costante, ma oscilla intorno al cono di precessione

↓
mutazione